

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$
 - i. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\rho = 1$ είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$.
 - ii. Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x-1$
 - iii. Να λύσετε την εξίσωση $x^3 + 4 = x^2 + 4x$
 - iv. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$

2. Το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^4 - 2(\lambda - 1)x^3 + 2\lambda x^2 + \lambda + 1$ είναι τρίτου βαθμού.
 - i. Να δείξετε ότι $\lambda = -1$.
 - ii. Να βρείτε τις ρίζες του $P(x)$.

3. Το πολυώνυμο $P(x) = 4x^5 - 4x^4 - 7x^3 + 2x^2 + \alpha x + \beta$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x^2 + 1$.
 - i. Να βρεθούν οι τιμές των αριθμών $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
 - ii. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 0$

4. Το πολυώνυμο $P(x) = 12x^3 - 8x^2 - 10x + \alpha$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $3x + 1$.
 - i. Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$
 - ii. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 3x + 1$

5. Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 - 13x - 5\alpha$ έχει παράγοντα το $x - 1$
 - i. Να βρείτε τον αριθμό $\alpha \in \mathbb{R}$
 - ii. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$
 - iii. Να βρείτε το πρόσημο του γινομένου $P(-99) \cdot P(-\sqrt{3}) \cdot P(\sqrt{2}) \cdot P(\sqrt{7}) \cdot P(2017)$

6. Έστω ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=2x^4-x^3+\alpha x^2-5x+6$ διέρχεται από το σημείο $M(-2,0)$.

i. Να αποδείξετε ότι $\alpha=-14$

ii. Να βρείτε τα σημεία τομής της της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες x και y .

7. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x)=x^3-(3\alpha-3)x+2\alpha-2$ το οποίο έχει παράγοντα το $x-1$.

i. Να βρείτε τις τιμές του α

ii. Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$

iii. Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x)$ με το x^2-3x-4 και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

iv. Να λύσετε την ανίσωση $P(x)>10x+14$

8. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=2x^3-(\alpha+1)x^2+x+\beta$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και η ευθεία ε με εξίσωση $y=x+2$.

i. Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x)$ δια του $2x^2-x-1$ και στη συνέχεια να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

ii. Να βρείτε τις τιμές των α, β για τις οποίες το υπόλοιπο $u(x)$ της παραπάνω διαίρεσης είναι $x+2$.

iii. Για $\alpha=2$ και $\beta=3$ να βρείτε τα διαστήματα του x που η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται πάνω από την ευθεία ε .