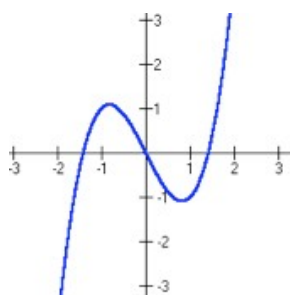
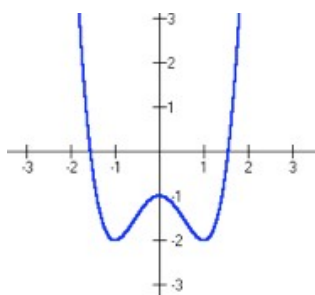


Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΡΤΙΕΣ – ΠΕΡΙΤΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

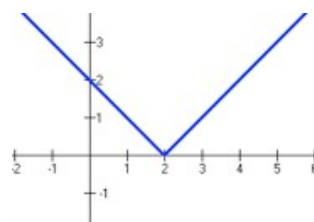
1. Συμπληρώστε τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:
- i. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται άρτια όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει: και ii. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$
- iii. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς
- iv. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.
2. Χαρακτηρίστε τις προτάσεις αν είναι σωστές ή λάθος:
- i. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται άρτια όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(-x) = f(x)$
- ii. Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$.
- iii. Μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A λέγεται περιττή όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει $-x \in A$ και $f(-x) + f(x) = 0$
- iv. Αν η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων τότε είναι περιττή.
- v. Αν για μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A υπάρχει $x_0 \in A$ τέτοιο ώστε $-x_0 \notin A$ τότε η f δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή.
- vi. Αν το 0 ανήκει στο πεδίο ορισμού μιας περιττής συνάρτησης f τότε $f(0) = 0$
3. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχούν σε άρτια, περιττή ή τίποτα από τα δύο συνάρτηση.



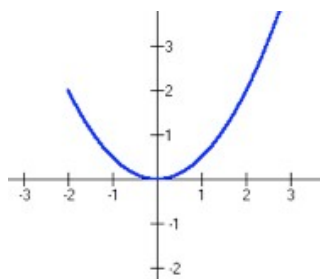
$$f(x) = x^3 - 2x$$



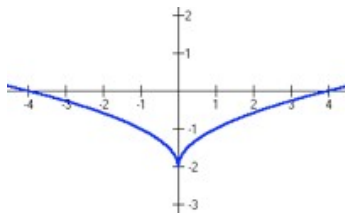
$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$$



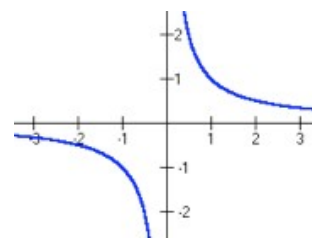
$$f(x) = |x - 2|$$



$$f(x) = \frac{x^2}{2}, x \in [-2, 3]$$



$$f(x) = \sqrt{|x|} - 2$$



$$f(x) = \frac{x + \frac{1}{x}}{x^2 + 1}$$

4. Να βρείτε αν είναι άρτιες ή περιττές οι παρακάτω συναρτήσεις:

α. $f(x) = x^2 - \frac{1}{|x|}$ β. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 - 9x}$ γ. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x}$

5. Να βρείτε αν οι παρακάτω συναρτήσεις έχουν άξονα συμμετρίας τον άξονα y'y ή κέντρο συμμετρίας την αρχή O.

α. $f(x) = 2 + \sqrt{4 - x^2}$ β. $f(x) = \frac{1}{x} + x\sqrt{1 - |x|}$ γ. $f(x) = |x - 3| + |x + 3|$

6. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση η οποία είναι περιττή και η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα x'x στο -3.

α. Να αποδείξετε ότι διέρχεται και από την αρχή O.

β. Να δείξετε ότι $2f(3) - 5f(-3) + f(0) = 0$

7. Δίνεται η συνάρτηση $f: [2\alpha - \alpha^2, 3 - 4\alpha] \rightarrow \mathbb{R}$ γνησίως μονότονη, περιττή, η οποία διέρχεται από το σημείο A(-3, 2).

α. Να βρείτε την τιμή του α

β. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο B(3, -2)

γ. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f.