

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΠΡΟΟΔΟΙ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε μια γεωμετρική πρόοδο (α_n) είναι $\alpha_1 = \frac{3}{4}$ και $\alpha_4 = 6$. Να βρείτε:
 - α. το λόγο λ της (α_n)
 - β. τον 8ο όρο της (α_n)
 - γ. ποιος όρος της (α_n) είναι ίσος με 24
2. Σε μια γεωμετρική πρόοδο (α_n) ισχύει $\alpha_6 = -108$ και $\alpha_3 = 4$. Να βρείτε:
 - α. τον πρώτο όρο και τον λόγο της (α_n)
 - β. τον όρο α_5
3. Σε μια γεωμετρική πρόοδο (α_n) με λόγο $\lambda = \sqrt{3}$ ισχύει ότι $\alpha_5 - \alpha_3 = 12$. Να βρείτε:
 - α. τον πρώτο όρο της (α_n)
 - β. τον όρο α_9
4. Σε μια γεωμετρική πρόοδο (α_n) ισχύει $\frac{\alpha_6 + 4\alpha_4}{\alpha_5} = 4$
 - α. Να βρείτε το λόγο λ της (α_n)
 - β. Αν επιπλέον ο 8ος όρος της (α_n) είναι κατά 16 μεγαλύτερος από τον α_7 , να βρείτε:
 - i. τον πρώτο όρο της (α_n)
 - ii. ποιος όρος της (α_n) είναι ίσος με 64.
5. Σε μια γεωμετρική πρόοδο (α_n) ισχύει $\alpha_{10}\alpha_6 = 4\alpha_{11}$. Να βρείτε:
 - α. τον πέμπτο όρο της (α_n)
 - β. το γινόμενο $\alpha_2\alpha_5\alpha_8$
6. Αν οι αριθμοί $\alpha, \alpha\beta, 2\beta^3 - \beta^2\gamma$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$ να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
7. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (α_n) για την οποία ισχύει $\alpha_9\alpha_{12} = \alpha_{20}$ και ο όρος α_4 είναι ο γεωμετρικός μέσος των αριθμών $\frac{1}{16}$ και 1024. Να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο της (α_n) .

8. Ο νιοστός όρος μιας ακολουθίας (α_n) είναι $\alpha_n = \frac{2^{n+2}}{3^n}$
- α. Να αποδείξετε ότι η ακολουθία είναι γεωμετρική πρόοδος της οποίας να βρείτε το λ και τον πρώτο όρο.
- β. Να βρείτε το γεωμετρικό μέσο των α_1 και λ .
9. Μεταξύ των αριθμών 2 και 486 να βρείτε τέσσερεις αριθμούς ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
10. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος -3, 6, -12, ... Να βρείτε:
- α. το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της
- β. το πλήθος των όρων της με άθροισμα -129
- γ. το λόγο $\frac{S_{20}}{S_{10}}$
11. Σε μια κοινωνία μικροβίων ρίχνεται ένα φάρμακο με αποτέλεσμα κάθε μια ώρα το πλήθος των μικροβίων που είναι ζωντανά να φτάνει στο $\frac{1}{4}$ του πλήθους των μικροβίων της προηγούμενης ώρας. Αν αρχικά υπάρχουν 2^{20} μικρόβια, να βρείτε το πλήθος των μικροβίων που έμειναν ζωντανά 8 ώρες μετά τη ρίψη του φαρμάκου.