

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

1. Συμπληρώστε τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.
Έστω το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0$
 - i. Αν $\Delta \dots\dots 0$, τότε το τριώνυμο διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - ii. Αν $\Delta \dots\dots 0$ και $\alpha \dots\dots 0$, τότε το τριώνυμο είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - iii. Αν $\Delta < 0$ και $\alpha < 0$ τότε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \dots\dots 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - iv. Αν $\Delta \leq 0$ και $\alpha > 0$ τότε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \dots\dots 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
2. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{-x^2 + 4x + 5}{-2x^2 + 2x + 4}$
 - i. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A
 - ii. Να απλοποιήσετε την παράσταση A
3. Να λύσετε την ανίσωση $(x-1)^2 > x-4$
4. Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$
 - i. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A
 - ii. Να λύσετε την εξίσωση $A = \sqrt{7}$
5. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $(x+1)^2 - 5 < 3x(x-1)$
6. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις: $2x^2 < 1$ και $x(1-2x) \leq 1$
7. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x - 2\lambda + 1 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.
8. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η ανίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda^2 - 1 > 0$ να αληθεύει για κάθε τιμή $x \in \mathbb{R}$
9. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε οι τιμές του τριωνύμου $(2\lambda - 1)x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 1, \lambda \neq \frac{1}{2}$ να είναι αρνητικές για κάθε $x \in \mathbb{R}$
10. Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 2\lambda^2 - 4\lambda = 0$
 - i. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.
 - ii. Αν x_1, x_2 οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει: $x_1 x_2 > 2x_1 + 2x_2 - 6$

11. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 + \lambda x - (\lambda^2 + 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$
- i. Να αποδείξετε ότι έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- ii. Αν x_1, x_2 οι άνισες ρίζες του τριωνύμου με $x_1 < x_2$, να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $x_1 < 1 < x_2$.