

## Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ , $a \neq 0$

$\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$	Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ , $a \neq 0$
$\Delta > 0$	Έχει δύο ρίζες άνισες τις $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta = 0$	Έχει μια διπλή ρίζα τη $x = -\frac{\beta}{2a}$
$\Delta < 0$	Είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$ .

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

i)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$       ii)  $x^2 - 6x + 9 = 0$       iii)  $3x^2 + 4x + 2 = 0$

Απάντηση :

i)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$      $a=2$ ,  $\beta=-5$ ,  $\gamma=3$   
 $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1 > 0$

επομένως:  $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4} = \begin{cases} \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$  (δύο ρίζες)

ii)  $x^2 - 6x + 9 = 0$      $a=1$ ,  $\beta=-6$ ,  $\gamma=9$   
 $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$

επομένως:  $x = -\frac{\beta}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$  (διπλή ρίζα)

iii)  $3x^2 + 4x + 2 = 0$      $a=3$ ,  $\beta=4$ ,  $\gamma=2$   
 $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 16 - 24 = -8 < 0$

επομένως: Είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$  (δεν έχει ρίζες)

## Ασκήσεις

1. Να συμπληρώσετε τα κενά :

α) Στην εξίσωση  $2x^2 - 5x - 3 = 0$  είναι  $a = \dots$ ,  $\beta = \dots$ ,  $\gamma = \dots$

η διακρίνουσα  $\Delta = \dots$  και οι λύσεις  $x_1 = \dots$   $x_2 = \dots$

β) Στην εξίσωση  $-25x^2 + 10x - 1 = 0$  είναι  $a = \dots$ ,  $\beta = \dots$ ,  $\gamma = \dots$

η διακρίνουσα  $\Delta = \dots$  και οι λύσεις  $x_1 = \dots$   $x_2 = \dots$

γ) Στην εξίσωση  $-5x^2 + 7x - 10 = 0$  είναι  $a = \dots$ ,  $\beta = \dots$ ,  $\gamma = \dots$ ,

η διακρίνουσα  $\Delta = \dots$  και  $\dots$

2. Στους πίνακες, να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης, με ένα μόνο της δεύτερης στήλης :

για την $ax^2+bx+\gamma=0$ αν είναι ...	τότε έχει ...
1. $\Delta > 0$	A. καμία λύση
2. $\Delta = 0$	B. δύο λύσεις άνισες
3. $\Delta < 0$	Γ. δύο λύσεις $x_1=x_2=\frac{-\beta}{2a}$
	Δ. δύο λύσεις $x_1=x_2=\frac{-2a}{\beta}$

Η εξίσωση ...	έχει διακρίνουσα ...
1. $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$	A. $\beta^2$
2. $ax^2 + \beta x = 0$	B. $-4a\gamma$
3. $ax^2 + \gamma = 0$	Γ. $\beta^2 + 4a\gamma$
	Δ. $\beta^2 - 4a\gamma$
	Ε. $4a\gamma$

Η εξίσωση ...	έχει λύσεις τις ...
1. $x^2 - 16 = 0$	A. αδύνατη
2. $x^2 - 4x - 5 = 0$	B. $x_1 = x_2 = 3$
3. $x^2 + 7x = 0$	Γ. $x_1 = 0$ ή $x_2 = -7$
4. $x^2 + 3x + 8 = 0$	Δ. $x_1 = 1$ ή $x_2 = 2$
5. $x^2 - 6x + 9 = 0$	Ε. $x_1 = 4$ ή $x_2 = -4$
6. $x^2 - 3x + 2 = 0$	Z. $x_1 = 5$ ή $x_2 = -1$

3. Να λυθούν ( με τον τύπο ) οι εξισώσεις :

(i)  $y^2 - 3y + 2 = 0$

(ii)  $x^2 - 8x + 15 = 0$

(iii)  $x^2 + x - 20 = 0$

(iv)  $x^2 - 3x + 24 = 0$

(v)  $3x^2 - 7x + 2 = 0$

(vi)  $8x^2 + x = 30$

$$(vii) \quad 50x^2 = 15x + 27$$

$$(viii) \quad 6x^2 + 54 = 36x$$

$$(ix) \quad x^2 + \frac{4x}{15} = \frac{1}{5}$$

$$(x) \quad \frac{x^2}{2} - 10 = \frac{7x - 10}{10}$$

$$(xi) \quad 4x^2 = x(x + 2) + 16$$

$$(xii) \quad 2(x + 1)^2 = 2(x + 7) + 96$$

$$(xiii) \quad 7(y^2 - 2) = y(y - 5)$$

$$(xiv) \quad 2x(3x + 1) + 3x(2x + 1) = -2$$

$$(xv) \quad x^3 - 1 - 5(x - 1)^2 = x(1 + x^2)$$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$(i) \quad \frac{2x-3}{x} + \frac{5x-3}{x^2} = \frac{2x^2+x-6}{x^3} + 2$$

$$(ii) \quad \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x^2-x-2}$$

$$(iii) \quad \frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{2x} = 2$$

$$(iv) \quad \frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x^2-2x} = 0$$

$$(v) \quad \frac{17x+9}{x^2-9} + \frac{19x-24}{x^2-6x+9} = \frac{9}{x-3}$$

$$(vi) \quad \frac{3}{y} - \frac{2}{y+3} = \frac{y}{y^2-9}$$

$$(vii) \quad \frac{x}{2x-4} - \frac{x+2}{3x+3} = \frac{x^2}{6(x-2)(x+1)}$$

$$(viii) \quad \frac{8}{2x^2-x} + \frac{1}{1-2x} = \frac{1}{x}$$

