

Ασκήσεις στις ανισώσεις 2^{ου} Βαθμού

Έχουν τη μορφή $ax^2+bx+\gamma>0$ ή $ax^2+bx+\gamma<0$ ($a\neq 0$). Υπολογίζουμε πρώτα τη Διακρίνουσα και σημειώνουμε τον συντελεστή a και το πρόσημό του. Στη συνέχεια διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

$$\Delta > 0$$

Βρίσκουμε τις ρίζες x_1 και x_2 του τριωνύμου $ax^2+bx+\gamma$ και κάνουμε πίνακα με το πρόσημό του.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2+bx+\gamma$	ομόσημο του a	0	ετερόσημο του a	0 ομόσημο του a

$$\Delta = 0$$

x	$-\infty$	ρ	$+\infty$
$ax^2+bx+\gamma$	ομόσημο του a	0	ομόσημο του a

Το τριώνυμο είναι ομόσημο του a για $\rho \neq \frac{-\beta}{2a}$ και μηδενίζεται για $\rho = \frac{-\beta}{2a}$.

$$\Delta < 0$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2+bx+\gamma$	ομόσημο του a	

Το τριώνυμο είναι ομόσημο του a για κάθε $x \in \mathbf{R}$.

Ασκήσεις και λυμένα Παραδείγματα

1. Να βρείτε το πρόσημο των τριωνύμων:

α) $3x^2+2x+4$

γ) $-3x^2+4x-5$

ε) $-x^2+4x-3$

β) $4x^2-12x+9$

δ) $x^2-7x+12$

στ) $-x^2+7x-3$

Θα λύσουμε για **παράδειγμα** το **α**.

- Καταρχήν σημειώνουμε τα α, β, γ του τριωνύμου. Εδώ έχουμε: $\alpha=3>0, \beta=2, \gamma=4$.
- Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη διακρίνουσα του τριωνύμου: $\Delta=2^2-4\cdot 3\cdot 4=4-48=-44<0$. Ε διακρίνουσα βγήκε αρνητική, επομένως χρησιμοποιούμε τον τρίτο πίνακα της σελίδας 1
Δηλαδή:

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2+2x+4	+	

Δηλαδή, με βάση τον τελευταίο πίνακα, συμπεραίνουμε ότι $x^2+2x+4>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

2. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η συνάρτηση: $f(x)=2x^2-5x+3$ έχει:

α) θετικές τιμές **β)** αρνητικές τιμές.

Υπόδειξη: α. Θέλουμε να βρούμε για ποιες τιμές του x, ισχύει: $2x^2-5x+3>0$ κ.λπ.

3. Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α)** $-x^2-1>0$ **δ)** $4-x^2\geq 0$ **ζ)** $3x^2-5x-2\leq 0$ **ι)** $x^2+x+1>0$
β) $4x^2-9<0$ **ε)** $x^2-5x\leq 0$ **η)** $-2x^2+5x-3>0$ **κ)** $-3x^2+2x-1<0$
γ) $4-x^2<0$ **στ)** $3x^2+5>0$ **θ)** $4x+7x+8>0$ **λ)** $-x^2+x-1>0$

Θα λύσουμε για **παράδειγμα** το **δ**.

- Καταρχήν σημειώνουμε τα α, β, γ του τριωνύμου. Εδώ έχουμε: $\alpha=-1<0, \beta=0, \gamma=4$.
- Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη διακρίνουσα του τριωνύμου: $\Delta=0^2-4\cdot(-1)\cdot 4=0+16=16>0$. Ε διακρίνουσα βγήκε θετική, επομένως, χρησιμοποιούμε τον πρώτο πίνακα της σελίδας 1
Βρίσκουμε τις ρίζες, $x_1=2, x_2=-2$ και ο πρώτος πίνακας γίνεται:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$-x^2+4$	-	0	+	0	-

Δηλαδή, με βάση τον πίνακα που μόλις σχηματίσαμε, συμπεραίνουμε ότι το $-x^2+4$ γίνεται θετικό ή μηδέν για $x\in[-2,2]$, δηλαδή, $-x^2+4\geq 0$ για $-2\leq x\leq 2$, με άλλα λόγια: $-x^2+4\geq 0 \Leftrightarrow -2\leq x\leq 2$

Παρατηρούμε ότι ταυτόχρονα λύσαμε και το υποερώτημα **γ**. Δηλαδή με την ανάλυση του προσήμου του $-x^2+4$ συμπεραίνουμε ότι $-x^2+4<0$ για $x<-2$ ή $x>2$. Με άλλη γραφή:

$$-x^2+4<0 \Leftrightarrow x<-2 \text{ ή } x>2$$