

II. Επίλυση Ανισώσεων 1^{ου} Βαθμού

Οι ανισώσεις 1^{ου} βαθμού λύνονται με παρόμοιο τρόπο. Πρέπει να προσέχουμε όμως το βήμα της διαίρεσης γιατί μπορεί να χρειαστεί να αλλάξει η φορά της ανίσωσης. Παρακάτω δίνουμε με λεπτομέρειες τη μεθοδολογία:

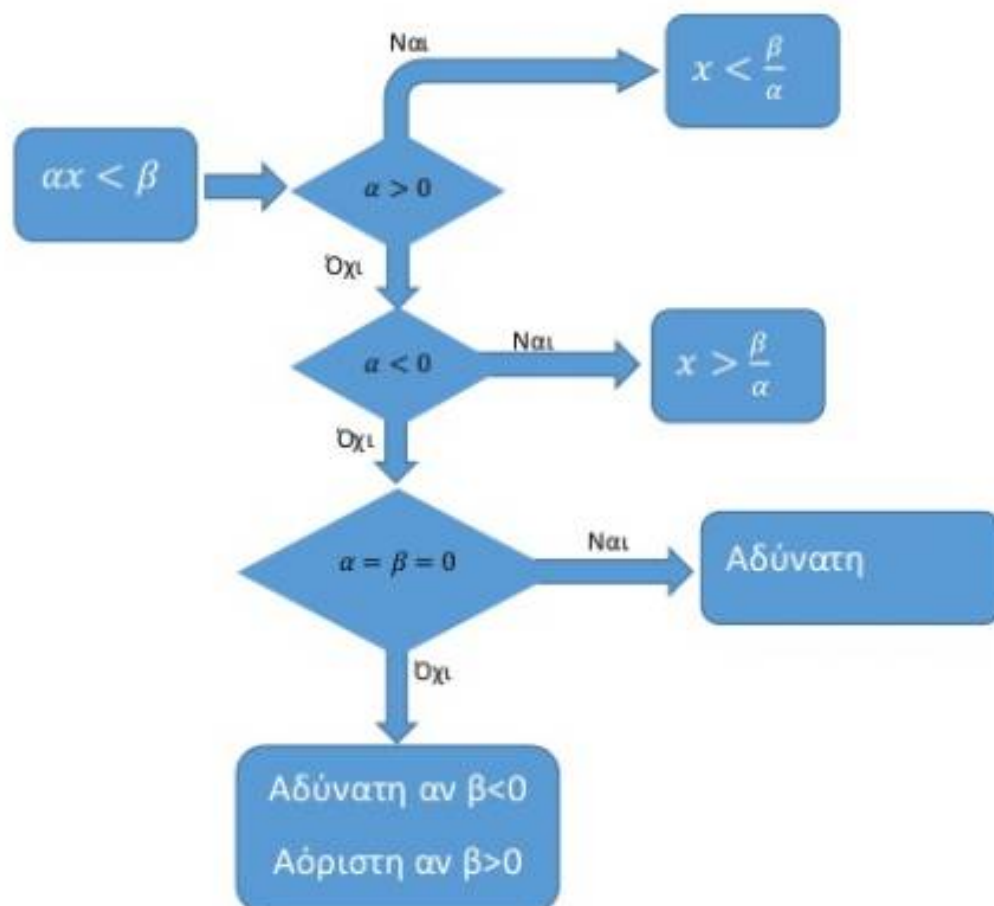
Βήμα 1: Χωρίζουμε γνωστούς – αγνώστους. Συνήθως μεταφέρουμε όλους τους όρους που περιέχουν τον άγνωστο x αριστερά, ενώ όλοι οι υπόλοιποι όροι μεταφέρονται δεξιά.

Βήμα 2: Αναγωγή ομοίων όρων. Εκτελούμε τις πράξεις και στα δύο μέλη της ανίσωσης έτσι ώστε να μείνει μόνο ένας όρος σε κάθε μέλος.

Βήμα 3: Διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου. Στο τέλος διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου x έτσι ώστε στο αριστερό μέλος να υπάρχει μόνο το x . Αυτό ολοκληρώνει την διαδικασία. Στην περίπτωση που ο συντελεστής είναι αρνητικός πρέπει να αλλάξουμε τη φορά της ανίσωσης.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Αν ο συντελεστής του αγνώστου είναι 0 δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε το τελευταίο βήμα. Σε αυτή την περίπτωση η ανίσωση θα είναι είτε αδύνατη είτε αόριστη.

Ο γενικός αλγόριθμος επίλυσης μιας πρωτοβάθμιας ανίσωσης μπορεί να αναπαρασταθεί με το παρακάτω διάγραμμα ροής.



Παράδειγμα 1: Να λυθεί η ανίσωση $2x - 3 < 1 - 2x + 4 + x$.

Ακολουθούμε τη μεθοδολογία βήμα προς βήμα:

Βήμα 1: $2x - 3 < 1 - 2x + 4 + x \Leftrightarrow 2x + 2x - x < 1 + 4 + 3$

Βήμα 2: $2x + 2x - x < 1 + 4 + 3 \Leftrightarrow 3x < 7$

Βήμα 3: $3x < 7 \Leftrightarrow x < \frac{7}{3}$.

Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι η εξίσωση έχει λύσεις όλους τους αριθμούς που βρίσκονται στο διάστημα $\left[-\infty, \frac{7}{3}\right)$.

Παράδειγμα 2: Να λυθεί η ανίσωση $2(x - 1) \geq 3(1 - x) - 2(2x - 1)$.

Πριν αρχίσουμε την βασική μεθοδολογία θα πρέπει πρώτα να κάνουμε τις πράξεις στα δύο μέλη ώστε να φύγουν οι παρενθέσεις.

Προκαταρκτικά: $2(x - 1) \geq 3(1 - x) - 2(2x - 1) \Leftrightarrow 2x - 2 \geq 3 - 3x - 4x + 2$

Βήμα 1: $2x - 2 \geq 3 - 3x - 4x + 2 \Leftrightarrow 2x + 3x + 4x \geq 3 + 2 + 2$

Βήμα 2: $2x + 3x + 4x \geq 3 + 2 + 2 \Leftrightarrow 9x = 7$

Βήμα 3: $9x \geq 7 \Leftrightarrow x \geq \frac{7}{9}$.

Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι η εξίσωση έχει λύσεις όλους τους αριθμούς που βρίσκονται στο διάστημα $\left[\frac{7}{9}, +\infty\right)$.

Παράδειγμα 3: Να λυθεί η ανίσωση $\frac{2x-2}{4} + 1 < \frac{1+x}{2}$.

Πριν αρχίσουμε την βασική μεθοδολογία θα πρέπει πρώτα να κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών πολλαπλασιάζοντας με το ΕΚΠ του 4 και του 2.

Προκαταρκτικά: $\frac{2x-2}{4} + 1 < \frac{1+x}{2} \xrightarrow{\cdot 4} \frac{2x-2}{4} + 4 < 4 \frac{1+x}{2} \Leftrightarrow 2x - 2 + 4 < 2(1 + x) \Leftrightarrow$

$2x - 2 + 4 < 2 + 2x.$

Βήμα 1: $2x - 2 + 4 < 2 + 2x \Leftrightarrow 2x - 2x < 2 + 2 - 4$

Βήμα 2: $2x - 2x < 2 + 2 - 4 \Leftrightarrow 0x < 0.$

Βήμα 3: Η εξίσωση είναι αδύνατη, αφού κάθε αριθμός x αν πολλαπλασιαστεί με το 0 δίνει αποτέλεσμα ίσο με 0. Επομένως δεν υπάρχουν αριθμοί που να δίνουν αποτέλεσμα μικρότερο του 0.

Άσκηση

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των :

1. $x + 4 < 2x - 8$ και $2 - 3x > 5 - 5x$

2. $6 - 2(3 - x) > 8 + 3(2 + x)$ και $2(x - 5) > 6 - 2(3 - 2x)$

3. $\frac{2x+3}{5} - \frac{4-x}{2} \leq 3 + \frac{x-3}{5}$ και $\frac{x-3}{2} - \frac{x-4}{3} \geq 1 + \frac{x-3}{4}$