

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $(2x-1)^2 - (x+3)(3-x) - (x+4)^2$

β) $(x+1)^3 - 2x(x+2)(x-2) + (2x-1)^3$

2. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $(\alpha+3)^2 + (\alpha-3)^2 - 36 = 2(\alpha+3)(\alpha-3)$

β) $\frac{x^2+28}{x^2-4} + \frac{5x}{x+2} + \frac{4x}{2-x} = \frac{2(x-7)}{x+2}$

3. Να γίνουν γινόμενα οι παρακάτω παραστάσεις:

$A = 4\alpha^3 - 12\alpha^2 + 9\alpha,$

$B = 2x^2 + 5x - 3,$

$\Gamma = x^3 + 4x^2 - 9x - 36$

$\Delta = \alpha^2 - 9\beta^2 + 4\alpha + 4,$

$E = (3x-5)(2x+1)^2 - 12x + 20$

4. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\alpha-1}{\alpha^2-3\alpha} : \frac{1}{\alpha^3-9\alpha}$

α) Να αποδείξετε ότι: $A = (\alpha-1)(\alpha+3)$

β) Να βρεθεί ο α αν $A = 1 - \alpha$.

5. Δίνεται η παράσταση $A = (2x-1)^2 - 2x(x-1) - 5$

α) Να δείξετε ότι: $A = 2x^2 - 2x - 4$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $A = 0$

γ) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $B = A - (x^2 + 3x + 2)$

* 6. Να λύσετε τα συστήματα:

α)
$$\begin{cases} 2(x+y) - 2y = x - 3 \\ 5x + 2y = -5 \end{cases},$$

β)
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + \frac{y}{5} = 6 \\ \frac{x+2}{4} - \frac{y-3}{6} = 2 \end{cases}.$$

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Από το μέσον Μ της βάσης ΒΓ φέρνουμε τμήματα ΜΔ και ΜΕ κάθετα στις ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) ΜΔ=ΜΕ, β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

8. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) και έστω Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ. Αν είναι ΟΑ=3cm, ΟΓ=6cm, ΟΒ=χ και ΒΔ=12 cm τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΓΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους λ.
β) να υπολογίσετε το χ.

9. Δίνεται η παράσταση $A=3(x+1)^2-(x-2)^2+9$

- α) Να αποδείξετε ότι $A=2x^2+10x+8$.

- β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $B = \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{A}$ αφού βρείτε πρώτα πότε ορίζεται.

- γ) Να βρεθεί για ποιες τιμές του χ ισχύει: $B + x^2 = \frac{5}{2}$

* 10. Α. Αν $0^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\sin \omega = -\frac{3}{5}$ να υπολογιστούν:

- α) οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω.
β) η τιμή της παράστασης

$$A = \frac{5\eta\mu(180^\circ - \omega) + 3\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega)}{10\sigma\upsilon\nu\omega} + \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2(180^\circ - \omega)$$

* 11. Έστω οι παραστάσεις:

$$A = -2\eta\mu 150^\circ + \sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ - 2\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu 150^\circ \quad \text{και}$$

$$B = 5(\varepsilon\varphi 135^\circ)^{2024} \cdot (\eta\mu^2 70^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 110^\circ)$$

- α) Να αποδείξετε ότι $A=3$ και $B=5$

- β) Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} (A - \eta\mu 30^\circ)x - 3y = -7 \\ -2x + (B - \varepsilon\varphi 45^\circ)y = 4 \end{cases}$$