7.5 ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΡΗΤΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Κανόνας πολλαπλασιασμού : Το γινόμενο δύο **ομοσήμων** αριθμών είναι **θετικός** ενώ το γινόμενο δύο **ετεροσήμων** είναι **αρνητικός**

Δηλαδή $(+)\cdot(+) = +$ και $(-)\cdot(-) = +$

Ενώ $(+)\cdot(-) = -$ και $(-)\cdot(+) = -$

2.

Πολλαπλασιασμός δύο ρητών : Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ομόσημους** ρητούς πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο εξαγόμενο βάζουμε το πρόσημο **+**

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ετερόσημους** ρητούς πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο εξαγόμενο βάζουμε το πρόσημο **−**

3.

Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

- **Αντιμεταθετική** $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
- **Προσεταιριστική** $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$
- Ο **πολλαπλασιασμός** ενός ρητού α με το **1** δεν μεταβάλλει τον α $\alpha\cdot 1 = 1\cdot\alpha = \alpha$
- Ο **πολλαπλασιασμός** ενός ρητού α με το **0** δίνει γινόμενο **0** $\alpha\cdot 0 = 0\cdot\alpha = 0$
- **Επιμεριστική** ιδιότητα ως προς την **πρόσθεση** $\alpha\cdot(\beta + \gamma) = \alpha\cdot\beta + \alpha\cdot\gamma$
- **Επιμεριστική** ιδιότητα ως προς την **αφαίρεση** $\alpha\cdot(\beta - \gamma) = \alpha\cdot\beta - \alpha\cdot\gamma$

4.

Αντίστροφοι αριθμοί : Δύο αριθμοί διαφορετικοί από το 0 που το γινόμενο τους είναι ίσο με το 1 λέγονται αντίστροφοι.

5.

Γινόμενο πολλών παραγόντων

Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων που κανένας δεν είναι 0, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και

- αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό), στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο +
- αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό), βάζουμε το πρόσημο −

Αν ένας τουλάχιστον παράγοντας είναι 0 το γινόμενο είναι ίσο με το 0

netsuccess.gr

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Σημασία των ιδιοτήτων

Η αντιμεταθετική ιδιότητα : Σημαίνει ότι μπορούμε να αλλάζουμε τη θέση παραγόντων σε ένα γινόμενο

Η προσεταιριστική ιδιότητα : Σημαίνει ότι μπορούμε να αντικαθιστούμε δύο παράγοντες με το γινόμενο τους ή να αναλύουμε έναν παράγοντα σε γινόμενο άλλων παραγόντων

Ο **πολλαπλασιασμός με το 1 :** Το 1 σαν παράγοντας μπορεί να παραλείπεται

2.

Η επιμεριστική ανάποδα : Πολλές φορές την επιμεριστική χρειάζεται να την εφαρμόσουμε ανάποδα δηλαδή από το δεύτερο μέλος προς το πρώτο όπως φαίνεται παρακάτω

$\alpha\cdot\beta + \alpha\cdot\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$ και $\alpha\cdot\beta - \alpha\cdot\gamma = \alpha\cdot(\beta - \gamma)$

3.

Αποτέλεσμα της επιμεριστικής : $(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) = \alpha(\gamma + \delta) + \beta(\gamma + \delta) =$
$= \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta$

ή κατευθείαν εκτέλεση του πολλ/σμού

$$(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) = \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta$$

4.

Υπενθύμιση : Σε μια παράσταση, κατά την αντικατάσταση μεταβλητής με αριθμό που έχει πρόσημο, πρέπει να κλείνουμε τον αριθμό σε παρένθεση

5 .

Προτεραιότητα : Σε αριθμητική παράσταση με πολλαπλασιασμούς και προσθαφαιρέσεις πρώτα εκτελούνται οι πολλαπλασιασμοί και μετά οι προσθαφαιρέσεις.
Αν στην παράσταση υπάρχουν παρενθέσεις, τότε με την παραπάνω σειρά εκτελούμε πρώτα τις πράξεις στις παρενθέσεις

netsuccess.gr

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες

α) $(-3)(-3) = 6$ Λ
β) $2(-5)(-6) = 60$ Σ
γ) $(-1)(-2)(-3)(-4) = -24$ Λ
δ) Το γινόμενο δύο ομοσήμων είναι θετικός Σ
ε) Το γινόμενο δύο ετεροσήμων είναι θετικός Λ
στ) Για οποιονδήποτε αριθμό α ισχύει $1\cdot\alpha = 1$ Λ
ζ) Για οποιονδήποτε αριθμό α ισχύει $0\cdot\alpha = \alpha$ Λ

Απάντηση

Θεωρία 1-2-3-5

α)
$(-3)(-3) = +9$ άρα η πρόταση είναι λανθασμένη
β)
$2(-5)(-6) = 60$ άρα η πρόταση είναι σωστή
γ)
$(-1)(-2)(-3)(-4) = +24$ άρα η πρόταση είναι λανθασμένη
δ)
Το γινόμενο δύο ομοσήμων είναι θετικός, η πρόταση είναι σωστή
ε)
Το γινόμενο δύο ετεροσήμων είναι θετικός, η πρόταση είναι λανθασμένη
στ)
$1\cdot\alpha = \alpha$ άρα η πρόταση είναι λανθασμένη
ζ)
$0\cdot\alpha = 0$ άρα η πρόταση είναι λανθασμένη

2.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $(+7)(-2)$ **β)** $(-3)(-20)$ **γ)** $(+12)(+2)$
δ) $(-3)(+4)$ **ε)** $(-2,1)(+1,4)$ **στ)** $(+2,4)(+5,6)$
ζ) $(-0,2)(-1,6)$ **η)** $(+1,5)(-1,2)$ **θ)** $\left(+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(+\frac{4}{7}\right)$
ι) $\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{17}{3}\right)$ **κ)** $\left(-\frac{8}{9}\right)\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)$ **λ)** $\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot\left(+\frac{8}{15}\right)$

Θεωρία 2

Προτεινόμενη λύση

α) $(+7)(-2) = -14$ **β)** $(-3)(-20) = +60$ **γ)** $(+12)(+2) = +24$
δ) $(-3)(+4) = -12$ **ε)** $(-2,1)(+1,4) = -2,94$ **στ)** $(+2,4)(+5,6) = +13,44$
ζ) $(-0,2)(-1,6) = +0,32$ **η)** $(+1,5)(-1,2) = -1,8$ **θ)** $\left(+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(+\frac{4}{7}\right) = +\frac{1\cdot 4}{4\cdot 7} = +\frac{1}{7}$

netsuccess.gr

3.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $5{,}6\cdot 3 + 4{,}4\cdot 3$ **β)** $7(-2{,}5) + 3(-2{,}5)$ **γ)** $18{,}2(-4) + 1{,}8(-4)$

δ) $\frac{3}{4}(-14) + \left(-\frac{3}{4}\right)(-10)$ **ε)** $1{,}6(-3) - (-1{,}6)(+3)$

Προτεινόμενη λύση

Σχόλια 2-5

α)

$5{,}6\cdot 3 + 4{,}4\cdot 3 = 3(5{,}6 + 4{,}4) = 3\cdot 10 = 30$

β)

$7(-2{,}5) + 3(-2{,}5) = (-2{,}5)(7+3) = (-2{,}5)\cdot(10) = -25$

γ)

$18{,}2(-4) + 1{,}8(-4) = (-4)(18{,}2 + 1{,}8) = (-4)\cdot(20) = -80$

δ)

$\frac{3}{4}(-14) + \left(-\frac{3}{4}\right)(-10) = \frac{3}{4}(-14) + \frac{3}{4}\cdot 10 = \frac{3}{4}(-14+10) = \frac{3}{4}(-4) = -3$

ε)

$1{,}6(-3) - (-1{,}6)(+3) = -1{,}6\cdot 3 - (-1{,}6\cdot 3) = -1{,}6\cdot 3 + 1{,}6\cdot 3 = 0$

4.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $\left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right) - (-1)(-0{,}5)\cdot 10 + (-2345)(+5789)\cdot 0\cdot\frac{1}{5}$

β) $(15{,}7 + 25{,}3)(5{,}93 - 4{,}43) + (12{,}52 + 7{,}48)(0{,}857 + 1{,}143)$

γ) $-[-(-3)]\cdot 5 + 2[-(-1)]$

δ) $10 - [-(-2)] + (-3)[-(-7)] - (-5)(-6+2)$

Θεωρία 2-3-5
Σχόλιο 5

Προτεινόμενη λύση

α)

$\left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right) - (-1)(-0{,}5)\cdot 10 + (-2345)(+5789)\cdot 0\cdot\frac{1}{5} =$

$= +\frac{7\cdot 6}{3\cdot 7} - (+5) + 0 = 2 - 5 = -3$

β)

$(15{,}7 + 25{,}3)(5{,}93 - 4{,}93) + (12{,}52 + 7{,}48)(0{,}857 + 1{,}143) = 41\cdot 1 + 20\cdot 2 = 41 + 40 =$
$= 81$

γ)

$-[-(-3)]\cdot 5 + 2[-(-1)] = -(+3)\cdot 5 + 2\cdot(+1) = -(+15) + (+2) =$
$= -15 + 2 = -13$

δ)

$10 - [-(-2)] + (-3)[-(-7)] - (-5)(-6+2) = 10 - (+2) + (-3)(+7) - (-5)(-4)$
$= 10 - (+2) + (-21) - (+20) =$
$= 10 - 2 - 21 - 20 =$
$= 10 - 43 = -33$

netsuccess.gr

5.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $3(2 + x)$ **β)** $\alpha(5-\beta)$ **γ)** $(1 + \alpha)(2-x)$

δ) $(x+ \alpha)(x + \beta)$ **ε)** $(x + 3)(2 + \kappa)$ **στ)** $5(\alpha - 1) + 3(2-\alpha)$

Προτεινόμενη λύση

Θεωρία 3
Σχόλιο 3

α)

$3(2 + x) = 3\cdot 2 + 3\cdot x = 6 + 3x$ β) $\alpha(5-\beta) = \alpha\cdot 5 - \alpha\cdot\beta = 5\alpha - \alpha\beta$

γ)

$(1 + \alpha)(2-x) = 1\cdot 2 - 1\cdot x + \alpha\cdot 2 - \alpha\cdot x = 2 - x + 2\alpha - \alpha x$

δ)

$(x + \alpha)(x + \beta) = x\cdot x + x\cdot\beta + \alpha\cdot x + \alpha\cdot\beta = x\cdot x + x\beta + \alpha x + \alpha\beta$

ε)

$(x + 3)(2 + \kappa) = x\cdot 2 + x\cdot\kappa + 3\cdot 2 + 3\cdot\kappa = 2x + x\kappa + 6 + 3\kappa$

στ)

$5(\alpha - 1) + 3(2-\alpha) = 5\cdot\alpha - 5\cdot 1 + 3\cdot 2 - 3\cdot\alpha = 5\alpha - 5 + 6 - 3\alpha = 2\alpha + 1$

6.

Να βρεθούν οι αντίστροφοι και οι αντίθετοι των αριθμών

$-\frac{4}{5}$, 5, $+\frac{2}{7}$, -6, $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{8}$, 12, -1

Προτεινόμενη λύση

Θεωρία 4

Αντίστροφοι : $-\frac{5}{4}$, $\frac{1}{5}$, $+\frac{7}{2}$, $-\frac{1}{6}$, 5, -8, $\frac{1}{12}$, -1

Αντίθετοι : $+\frac{4}{5}$, -5, $-\frac{2}{7}$, $+6$, $-\frac{1}{5}$, $+\frac{1}{8}$, -12, $+1$

7.

Να βρεθούν τα γινόμενα

α) $(-2)(-1)(+3)(+4)$ **β)** $(-0{,}5)(+1{,}5)(-100)$

γ) $(-5)\cdot(+3)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)$ **δ)** $\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot\left(-\frac{12}{11}\right)\cdot\left(-\frac{7}{5}\right)\cdot\left(-\frac{11}{12}\right)\cdot(-1)$

Προτεινόμενη λύση

Θεωρία 6

α)

$(-2)(-1)(+3)(+4) = +(2\cdot 1\cdot 3\cdot 4) = +24$

β)

$(-0{,}5)(+1{,}5)(-100) = +(0{,}5\cdot 1{,}5\cdot 100) = +75$

γ)

$$(-5)\cdot(+3)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right) = -\left(5\cdot 3\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\right) = -\left(\cancel{5}\cdot\cancel{3}\cdot\frac{2}{\cancel{5}}\cdot\frac{4}{\cancel{3}}\right) = -8$$

δ)

$$\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot\left(-\frac{12}{11}\right)\cdot\left(-\frac{7}{5}\right)\cdot\left(-\frac{11}{12}\right)\cdot(-1) = -\left(\frac{5}{7}\cdot\frac{12}{11}\cdot\frac{7}{5}\cdot\frac{11}{12}\cdot 1\right) =$$

$$= -\left(\frac{\cancel{5}}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{12}}{\cancel{11}}\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{11}}{\cancel{12}}\cdot 1\right) = -1$$

netsuccess.gr

8.

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

α	β	γ	αβ	αβγ	α(β + γ)	α(β − γ)
+ 3	− 1	− 2	− 3	+ 6	− 9	+ 3
− 2	+ 3	− 1	− 6	+ 6	− 4	− 8

Προτεινόμενη λύση

Σχόλιο 4

$1^{η}$ γραμμή : $\alpha\beta = (+3)(-1) = -3$

$\alpha\beta\gamma = (\alpha\beta)\gamma = -3(-2) = +6$

$\alpha(\beta + \gamma) = (+3)[(-1) + (-2)] = (+3)(-3) = -9$

$\alpha(\beta - \gamma) = (+3)[(-1) - (-2)] = (+3)[(-1) + (+2)] =$

$= (+3)(+1) = +3$

$2^{η}$ γραμμή : $\alpha\beta = (-2)(+3) = -6$

$\alpha\beta\gamma = (\alpha\beta)\gamma = -6(-1) = +6$

$\alpha(\beta + \gamma) = (-2)[(+3) + (-1)] = (-2)(+2) = -4$

$\alpha(\beta - \gamma) = (-2)[(+3) - (-1)] = (-2)[(+3) + (+1)] =$

$= (-2)(+4) = -8$

Συμπληρωμένος ο πίνακας φαίνεται παραπάνω.

Τα στοιχεία που συμπληρώθηκαν είναι τα κόκκινα

9.

Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων

α) $\alpha(\alpha + 2)(\alpha - 1)(2 - \alpha)$ αν $\alpha = +3$

β) $(x + y)(x - y)(3 - x)(y + 1)$ αν $x = -1$ και $y = +2$

Προτεινόμενη λύση

α)

Σχόλια 4-5

$\alpha(\alpha + 2)(\alpha - 1)(2 - \alpha) = (+3)[(+3) + 2)][(+3) - 1)][(2 - (+3)] =$

$= (+3)(+3 + 2)(+3 - 1)(2 - 3) =$

$= (+3)(+5)(+2)(-1) =$

$= -(3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1) = -30$

β)

$(x + y)(x - y)(3 - x)(y + 1) = [(-1) + (+2)][(-1) - (+2)][(3 - (-1)][(+2) + 1)] =$

$= (-1 + 2)(-1 - 2)(3 + 1)(+2 + 1) =$

$= (+1)(-3)(4)(+3) =$

$= -(1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3) = -36$

netsuccess.gr

10.

Να γίνουν οι πράξεις

α) $-2(+3-2+4)+3(1-4-2)+2{,}36\cdot(-100)$

β) $\left(+\frac{3}{4}-\frac{7}{5}\right)(+24-4)-(0{,}12-0{,}341)(-1204+204)$

Προτεινόμενη λύση

Σχόλιο 5

α)

$-2(+3-2+4)+3(1-4-2)+2{,}36\cdot(-100)=$

$=-2(+7-2)+3(1-6)+2{,}36\cdot(-100)=$

$=-2(+5)+3(-5)+2{,}36\cdot(-100)=$

$=(-10)+(-15)+(-236)=$

$=-10-15-236=-261$

β)

$\left(+\frac{3}{4}-\frac{7}{5}\right)(+24-4)-(0{,}12-0{,}341)(-1204+204)=$

$=\left(+\frac{15}{20}-\frac{28}{20}\right)(+20)-(-0{,}221)(-1000)=$

$=\left(-\frac{13}{20}\right)(+20)-(-0{,}221)(-1000)=$

$=-13-(+221)=$

$=-13-221=-234$

netsuccess.gr