

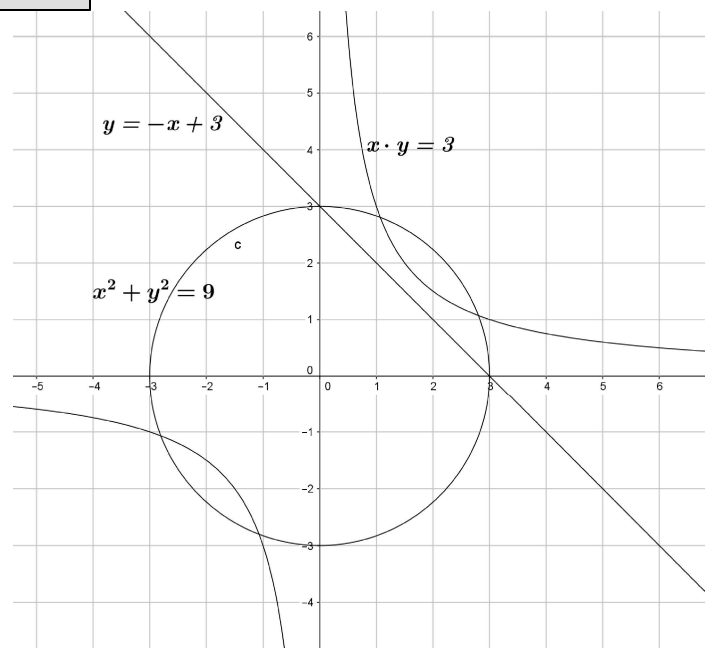
Γραμμικά και μη Γραμμικά Συστήματα Εξισώσεων- Προβλήματα που ανάγονται σε συστήματα εξισώσεων

Ερωτήσεις του τύπου «σωστό-λάθος»

1. Το σημείο (2, 2) ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $x = 2$ Σ Λ
2. Το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = 0 \\ \kappa x + \lambda y = 0 \end{cases}$ έχει για λύση το (0, 0). Σ Λ
3. Το σύστημα $\begin{cases} 3x - \beta y = \alpha \\ \beta x + 3y = \gamma \end{cases}$ έχει πάντα λύση. Σ Λ
4. Αν το σύστημα δύο εξισώσεων που παριστάνουν ευθείες είναι αδύνατο, οι ευθείες είναι παράλληλες Σ Λ
5. Οι ευθείες $2x + 3y = 5$ και $4x + 6y = 10$ ταυτίζονται. Σ Λ
6. Αν για ένα γραμμικό σύστημα 2×2 ισχύει : $D^2 + (D_x - 1)^2 = 0$, το σύστημα είναι αδύνατο. Σ Λ
7. Ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με δύο αγνώστους μπορεί να έχει ακριβώς δύο λύσεις. Σ Λ
8. Το σύστημα $\begin{cases} x + y^2 = 1 \\ x - y^2 = 3 \end{cases}$ δεν είναι γραμμικό. Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής/ συμπλήρωσης

1. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι εξισώσεις τριών γραμμών σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Να επιλέξετε δύο εξισώσεις ώστε να παριστάνουν ένα **μη γραμμικό σύστημα** το οποίο να έχει τέσσερις λύσεις. $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$



2. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι εξισώσεις τριών γραμμών σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Να επιλέξετε δύο εξισώσεις ώστε να παριστάνουν ένα **μη γραμμικό σύστημα** το οποίο να είναι αδύνατο. $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι εξισώσεις τριών γραμμών σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Να επιλέξετε δύο εξισώσεις ώστε να παριστάνουν ένα **μη γραμμικό σύστημα** το οποίο να έχει δύο λύσεις. $\left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$

4. Να συμπληρώσετε το κενό $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ με μια εξίσωση ώστε το **γραμμικό σύστημα** 2×2 που θα προκύψει να είναι **α)** αδύνατο **β)** να έχει άπειρες λύσεις
5. Αν το σύστημα είναι αδύνατο, $\begin{cases} 2x + ky = 0 \\ 6x + 9y = 3 \end{cases}$ το k ισούται με:
- A.** 3 **B.** -3 **Γ.** 0 **Δ.** οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό **E.** 2
6. Αν το σύστημα $\begin{cases} 3x + ay = 6 \\ x + y = \beta \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις, τότε οι τιμές των α και β είναι:
- A.** (-1, 0) **B.** (2, 4) **Γ.** (3, 2) **Δ.** (1, 3) **E.** (0, 1)

Ασκήσεις ανάπτυξης

1. Να λύσετε με όποια μέθοδο θέλετε τα παρακάτω συστήματα :

$$\alpha) \begin{cases} x + y = \frac{5}{2} \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{8\alpha - 5\beta}{12} = -\frac{21}{4} \\ 2\alpha + \frac{\beta}{7} = -9 \end{cases}$$

2. Να λύσετε το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ -x + 2y = -6 \end{cases}$. Με τη βοήθεια του παραπάνω συστήματος και με κατάλληλες αντικαταστάσεις να λύσετε τα συστήματα :

$$\alpha) \begin{cases} 2x^3 + 3y^2 = 19 \\ -x^3 + 2y^2 = -6 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y+1} = 19 \\ -\frac{1}{x-2} + \frac{2}{y+1} = -6 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} 2\sqrt{x-2} + 3(y+1)^2 = 19 \\ -\sqrt{x-2} + 2(y+1)^2 = -6 \end{cases}$$

3. Να λύσετε τα παρακάτω μη γραμμικά συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τη λύση τους:

$$\alpha) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ xy = 6 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 - 2xy = 4 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} 2y + x^2 = 0 \\ y - 2x = 2 \end{cases} \quad \delta) \begin{cases} x + 2y = -1 \\ x^2 - 4y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\epsilon) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ \sqrt{3}x + y - 8 = 0 \end{cases} \quad \sigma\tau) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$$

4. Να λύσετε τα παρακάτω μη γραμμικά συστήματα :

$$\alpha) \begin{cases} \frac{x-1}{x-2} + \frac{y+1}{y+3} = 2 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{x-6}{y-1} = 5 \\ \frac{x-3}{y+1} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} |x-y| = |2x-y-1| \\ x^2 - 2xy + 1 = 0 \end{cases} \quad \delta) \begin{cases} (2x+y+6)(x+2y-3) = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\epsilon) \begin{cases} x^2 + xy = 10 \\ xy + y^2 = 15 \end{cases} \quad \sigma\tau) \begin{cases} xy + y\omega = 18 \\ y\omega + \omega x = 20 \\ \omega x + xy = 8 \end{cases} \quad \zeta) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -\frac{10}{3} \\ x - 2 + y = 0 \end{cases}$$

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2^x - \kappa \cdot 3^x + \lambda$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{Z}$. Βρείτε τα κ, λ αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων και $f(1) = \frac{11}{2}$.
6. Να λυθεί η εξίσωση: $|x - 3y + 1| + |2x + y - 5| = 0$
7. Οι δίσκοι της δισκοθήκης ενός μαθητή τοποθετούνται από τον ίδιο σε τρεις φακέλους για να μεταφερθούν στο σχολείο του, όπου θα γίνει μια μουσική εκδήλωση. Ο 1^{ος} και ο 2^{ος} φάκελος περιέχουν 40 δίσκους, ο 2^{ος} και ο 3^{ος} 50 δίσκους και ο 1^{ος} και ο 3^{ος} 30 δίσκους. Πόσους δίσκους έχει κάθε φάκελος;
8. Δίνεται το σύστημα $x + 2y = 5$ $3x + y = 5$ $2x - y = \alpha$
Να οριστεί η τιμή της παραμέτρου α ώστε οι ευθείες που παριστάνουν οι πιο πάνω εξισώσεις να περνούν από το ίδιο σημείο.
9. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει: $D_x^2 + D_y^2 = 2D_x D_y$ και $D \neq 0$
Αν $x + y = 6$, να βρεθούν τα x, y .
10. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε τα συστήματα
 $\Sigma_1: \begin{cases} (\alpha - 1)x - \beta y = 2 \\ \alpha x + y = 0 \end{cases}$ και $\Sigma_2: \begin{cases} x + 3y = 1 \\ -x + \alpha y = 2 \end{cases}$ είναι συγχρόνως αδύνατα.
11. Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} 2x - 3y = 11 - \lambda \\ x + 5y - \lambda = 7 \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$. α) Αποδείξτε ότι το σύστημα έχει λύση για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό λ . β) Υπολογίστε τα x και y . γ) Για ποια τιμή του λ η λύση (x, y) που βρήκατε στο (β) επαληθεύει τη σχέση: $x + y = \frac{11}{13}$
12. α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 5x - y = 5 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$. β) Να σχεδιάσετε τις ευθείες $(\varepsilon_1): 5x - y = 5$ και $(\varepsilon_2): -5x + y = 2$ και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος.
13. Ο Κώστας κατέθεσε σε μια τράπεζα 15 χαρτονομίσματα των 20 € και 50 €. Η συνολική αξία των χρημάτων που κατέθεσε είναι 480 €. α) Αν x είναι το πλήθος των χαρτονομισμάτων των 20 € και y το πλήθος των χαρτονομισμάτων των 50 €, να επιλέξετε ένα από τα παρακάτω συστήματα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους που εκφράζει τα δεδομένα του προβλήματος.
- A. $\begin{cases} y = 15 - x \\ 50y - 20x = 480 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 15 - x \\ 20x + 50y = 480 \end{cases}$ Γ. $\begin{cases} y - x = 15 \\ 20x + 50y = 480 \end{cases}$ Δ. $\begin{cases} y - x = 15 \\ 50y - 20x = 480 \end{cases}$
- β) Από τη λύση του συστήματος που επιλέξατε στο α) ερώτημα, να βρείτε πόσα χαρτονομίσματα των 20 € και πόσα των 50 € κατέθεσε ο Κώστας.

14. Δίνεται το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$. α) Να αιτιολογήσετε γιατί το ζεύγος $(0, 4)$ δεν αποτελεί

λύση του παραπάνω συστήματος. β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα. γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών $(\varepsilon_1): 3x + 2y = 8$ και $(\varepsilon_2): 2x - y = 3$

15. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 6x + ky = 8 \end{cases}$ με αγνώστους x, y και k παράμετρος.

α) Να λύσετε το σύστημα όταν $k = 2$.

β) Να λύσετε το σύστημα όταν $k = 1$.

16. Δίνεται το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$. α) Να λύσετε το σύστημα (Σ) . β) Να ερμηνεύσετε

γεωμετρικά, σε κατάλληλο σχήμα, τις λύσεις του συστήματος (Σ) που βρήκατε στο ερώτημα α.

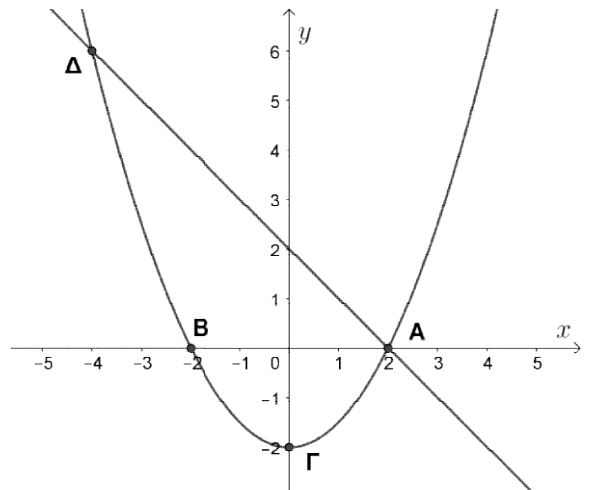
17. Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής

$$f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma \text{ και της ευθείας } g(x) = -x + 2.$$

α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ , να βρείτε τις τιμές των α, β, γ .

β) Αν $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.



18. Να λύσετε το σύστημα $(\Sigma_1): \begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$.

β) Είναι όλες οι λύσεις του συστήματος (Σ_1) λύσεις και

του $(\Sigma_2): \begin{cases} |xy| = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή

σας. γ) Η γεωμετρική αναπαράσταση του συστήματος (Σ_2) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Με βάση το

σχήμα, i. να βρείτε τις λύσεις του (Σ_2) . ii. να

παραστήσετε γεωμετρικά το σύστημα (Σ_1)

σημειώνοντας τις λύσεις του

