

4.2 Ασκήσεις από τράπεζα θεμάτων

Δευτέρα, 1 Μαρτίου 2021 5:57 μμ

ΘΕΜΑ 2 (1271)

Δίνονται οι ανισώσεις: $-x^2+5x-6<0$ (1) και $x^2-16\leq 0$ (2).

α) Να βρεθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1), (2).

(Μονάδες 12)

β) Να παρασταθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

(Μονάδες 13)

$$\alpha) \quad P(x) = -x^2 + 5x - 6 < 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4(-1)(-6) = 25 - 24 = 1$$

$$\text{Οι ρίζες: } x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2(-1)} = \frac{-5 \pm 1}{-2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

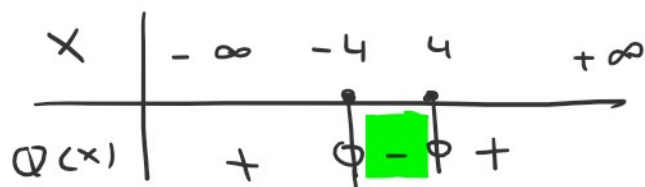
x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
P(x)		0	0	

$$x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

$$Q(x) = x^2 - 16 \leq 0$$

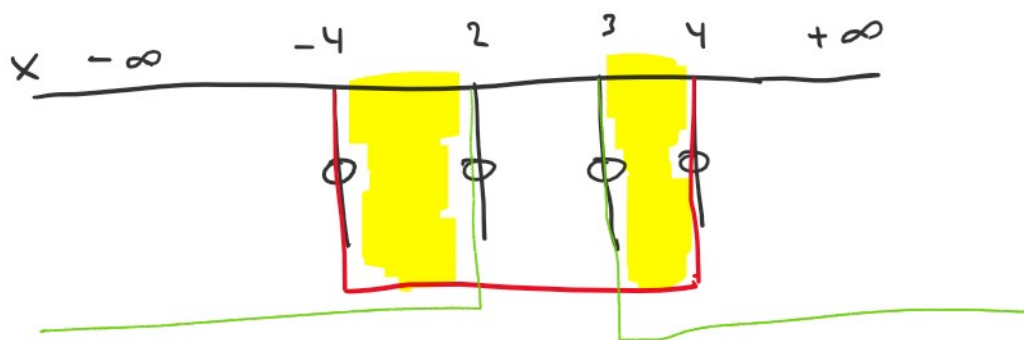
$$(x-4)(x+4) \leq 0$$

$$\text{Οι ρίζες: } x_1 = 4, x_2 = -4$$



$$x \in [-4, 4]$$

β)



$$x \in [-4, 2) \cup (3, 4]$$

ΘΕΜΑ 2 (1173)

Δίνεται το τριώνυμο $-x^2 + (\sqrt{3} - 1)x + \sqrt{3}$.

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι:

$$\Delta = (\sqrt{3} + 1)^2$$

(Μονάδες 12)

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο

(Μονάδες 13)

$$\alpha) \Delta = (\sqrt{3} - 1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} + 1 + 4\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} + 1)^2$$

β) Απλά, βρούμε τις ρίζες του τετραγώνου.

$$x_{1,2} = \frac{- (\sqrt{3} - 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{2 \cdot (-1)} = \frac{- (\sqrt{3} - 1) \pm |\sqrt{3} + 1|}{-2} =$$

$$= \frac{(\sqrt{3} - 1) \pm (\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)}{2} \quad \text{και} \quad x_2 = \frac{\sqrt{3} - 1 - (\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$x_1 = \frac{\cancel{\sqrt{3}} - 1 + \cancel{\sqrt{3}} + 1}{2} \quad \text{και} \quad x_2 = \frac{\cancel{\sqrt{3}} - 1 - \cancel{\sqrt{3}} - 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{\cancel{2\sqrt{3}}}{2}$$

$$\text{και} \quad x_2 = \frac{-2}{2}$$

$$x_1 = \sqrt{3}$$

$$\text{και} \quad x_2 = -1$$

Θυμίζω ότι αν r_1, r_2 οι ρίζες του $ax^2 + bx + c$

$$\text{τότε} \quad ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$$

$$-x^2 + (\sqrt{3}-1)x + \sqrt{3} = -(x-\sqrt{3})(x+1)$$