

4.2 Παραμετρικές εξισώσεις/ανισώσεις

Πέμπτη, 11 Μαρτίου 2021 12:17 μμ

$$a^2 x^2 - 2a^3 x + a^4 - 1 = 0, \quad a \neq 0$$

Ο άγνωστος είναι το x

Ενώ το a το θεωρούμε παράμετρο

Προσοχή!

$$0x^3 + 5x^2 + 6x - 1$$

Είναι βαθμού: 2

Παρατήρηση

Αν βάλω $a=0$ στην αρχική σχέση έχω:

$$0^2 x^2 - 2 \cdot 0^3 x + 0^4 - 1 =$$

$$0 - 0 + 0 - 1 =$$

$$-1$$

Το σταθερό (μη-μηδενικό) πολυώνυμο έχει

βαθμό 0.

$$a^2 x^2 - 2a^3 x + a^4 - 1 = 0, \quad a \neq 0$$

Αυτή η Εξίσωση είναι 2^{ου} βαθμού
Συντελεστής:

$$A = a^2$$

$$B = -2a^3$$

$$\Gamma = a^4 - 1$$

Η διακρίνουσα είναι αλγεβρική παράσταση

$$\Delta = B^2 - 4A\Gamma =$$

$$= (-2a^3)^2 - 4 \cdot a^2 \cdot (a^4 - 1)$$

$$= +4a^6 - 4a^6 + 4a^2$$

$$= 4a^2 > 0$$

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

$$(a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$$

Η Εξίσωση, με αγνώστο το x,

έχει δύο λύσεις

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} =$$

$$A = a^2$$

$$B = -2a^3$$

$$\Gamma = a^4 - 1$$

$$= \frac{-(-2a^3) \pm \sqrt{4a^2}}{2a^2} =$$

$$\Delta = 4a^2$$

$$= \frac{2a^3 \pm 2|a|}{2a^2} =$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$= \frac{2a^3 \pm 2a}{2a^2} =$$

$$= \frac{\cancel{2a}(a^2 \pm 1)}{\cancel{2a^2}} = \frac{a^2 \pm 1}{a}$$

$$x_1 = \frac{a^2 + 1}{a}$$

$$x_2 = \frac{a^2 - 1}{a}$$

b) $p(x) = a^2 x^2 - 2a^3 x + a^4 - 1 \geq 0, \quad a > 0$

x	$-\infty$	$\frac{a^2-1}{a}$	$\frac{a^2+1}{a}$	$+\infty$
P(x)	+		-	+

↑
Erklärung: 0 bewirkt $x(x-1) > 0$ für x^2 und $a^2 > 0$

Άσκηση 4 β' ομάδας

$$\lambda x^2 + 3\lambda x + \lambda + 5 = 0 \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Για $\lambda = 0$:

$$0x^2 + 3 \cdot 0 \cdot x + 0 + 5 = 0$$

$$0 + 0 + 5 = 0$$

$$5 = 0$$

Αδύνατο

Άρα, $\lambda \neq 0$

Η εξίσωση είναι 2^{ου} βαθμού!

Οι συντελεστές της εξίσωσης είναι:

$$A = \lambda$$

$$B = 3\lambda$$

$$\Gamma = \lambda + 5$$

$$\Delta = B^2 - 4A\Gamma =$$

$$= (3\lambda)^2 - 4 \cdot \lambda(\lambda + 5)$$

$$= 9\lambda^2 - 4\lambda^2 - 20\lambda$$

$$= 5\lambda^2 - 20\lambda$$

$$= 5\lambda(\lambda - 4)$$

Το πρόσημο του Δ θα καθορίσει
το πλήθος των ρυθμών της εξίσωσης!

$$5\lambda(\lambda - 4)$$

Αυτό είναι ένα πολυώνυμο, ως προς λ ,
βαθμού 2.

$$5\lambda \cdot (\lambda - 4) = 0$$

$$5\lambda = 0 \quad \text{ή} \quad \lambda - 4 = 0$$

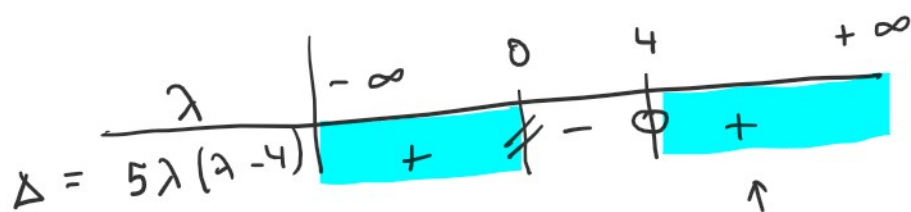
$$\lambda = \frac{0}{5}$$

ή

$$\lambda = 4$$

$$\lambda = 0$$

Θυμίζω ότι $\lambda \neq 0$
Απορρίπτονται



↑
ο συντελεστής του λ

είναι $5 > 0$

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow 0 < \lambda < 4 \Leftrightarrow \lambda \in (0, 4)$$

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow \lambda < 0 \text{ ή } \lambda > 4 \Leftrightarrow \lambda \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow \lambda = 4$$



???

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow \lambda = 4$$

- I) Η εξίσωση έχει μια λύση όταν $\lambda = 4$
- II) Η εξίσωση έχει δύο λύσεις όταν $\lambda \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$
- III) Η εξίσωση είναι αδύνατη όταν $\lambda \in (0, 4)$

$$\lambda x^2 + 3\lambda x + \lambda + 5 = 0$$

$$I) \quad x_0 = \frac{-B}{2A} = \frac{-3\lambda}{2\lambda} = -\frac{3}{2}$$

$$II) \quad x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} =$$

$$= \frac{-3\lambda \pm \sqrt{5\lambda(\lambda-4)}}{2\lambda}$$

$$III) \quad -$$