

4.2 Ανισώσεις 2ου βαθμού - Ασκήσεις 1-3

Τρίτη, 9 Φεβρουαρίου 2021 5:11 μμ

$$ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Τριώνυμο 2^{ου} βαθμού

Εργαζόμαστε όπως στις εξισώσεις:

$$2x^2 - 3x - 2 > 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) =$$

$$= 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

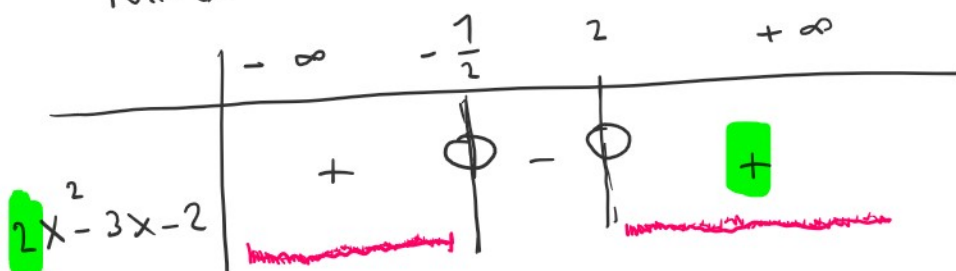
$$x_1 = \frac{3+5}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{3-5}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Τώρα θα βρούμε το πρόσημο

του τριωνύμου

Τοποθετούμε τις ρίζες στον άξονα



Τοποθετούμε τα πρόσημα ανάλογα ξεκινώντας

από το πρόσημο του συντελεστή του x^2

Τοποθετώ τα πρόσημα εντός x με το πρόσημο του συντελεστή του x^2

Παρατήρηση

$$2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 2 = 8 - 6 - 2 = 0$$

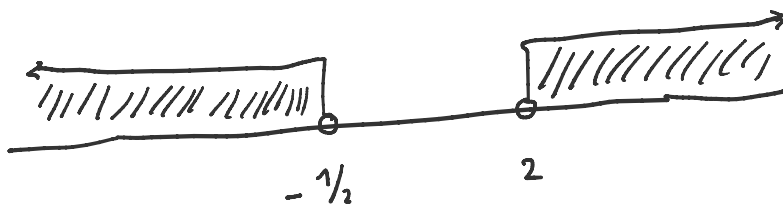
$$2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 2 = \\ = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 = \frac{4}{2} - 2 = 2 - 2 = 0$$

Μετά βγαίνουν οι αποδεκτές λύσεις

Επομένως,

$$x < -\frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad x > 2$$

$$x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$$



Παρατίθεται

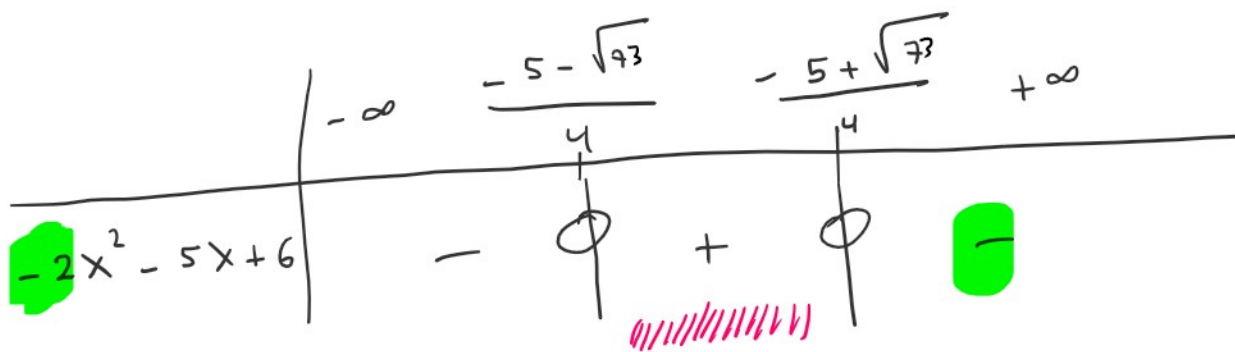
$$-2x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6$$

$$= 25 + 48 = 73$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{-4} = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{4}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{-4} = \begin{cases} \frac{-5 + \sqrt{73}}{4} \\ \frac{-5 - \sqrt{73}}{4} \end{cases}$$



$$\frac{-5 - \sqrt{73}}{4} < x < \frac{-5 + \sqrt{73}}{4}$$

$$x \in \left[\frac{-5 - \sqrt{73}}{4}, \frac{-5 + \sqrt{73}}{4} \right]$$

Θυμάμαι ότι αν $ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$

και $\{x_1, x_2\}$ τότε

να γράψω:

$$\underbrace{ax^2 + \beta x + \gamma}_{\text{αθροίσμα}} = \underbrace{a(x - x_1)(x - x_2)}_{\text{γινόμενο}}$$

Επομένως, αν βρω τις ρίζες ενός τετραγώνου
μπορώ να το παραγοντοποιήσω

Για παράδειγμα αν

$$2x^2 - 7x + 6$$

Βρίσκω $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 =$
 $= 49 - 48 = 1$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm 1}{4} \quad \begin{array}{l} \frac{7+1}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{7-1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{array}$$

$$2x^2 - 7x + 6 = 2(x - 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$
$$= (x - 2)(2x - 3)$$

Άσκηση 1 Α' ΟΜΑΔΑΣ ΓΕΩ. 172

i) $x^2 - 3x + 2$

α' Τρόπος Από τις ρίζες Vietá:

$$S = 3$$

$$P = 2$$

Άρα $x_1 = 1, x_2 = 2$

$\beta' \tau p(0)$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$$
$$= 9 - 8 = 1$$

$$\frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

$$2x^2 - 3x - 2$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2(-2)$$

$$= 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{8}{4} = 2 \\ -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 2(x-2)(x+\frac{1}{2})$$

ΠΡΟΣΟΧΗ
ΣΤΑ ΠΡΟΣΗΜΑ

$$= (x-2)(2x+1) \leftarrow \text{για } a'69\pi\pi\kappa\upsilon\upsilon\text{ } \lambda\acute{o}\gamma\omicron\upsilon\varsigma$$

← 8^a
α'69711(κον)
20800)

ΑΓΚΛΟΝ 2 Ν' ΟΜΑΔΑ Ξ

ii) $\frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x - 2} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(2x+1)} = \frac{x-1}{2x+1}$

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad \frac{2x^2 + 8x - 42}{x^2 - 49} &= \frac{2(x^2 + 4x - 21)}{x^2 - 49} = \\
 &= \frac{2(\cancel{x+7})(x-3)}{(\cancel{x+7})(x-7)} = \frac{2(x-3)}{x-7}
 \end{aligned}$$

$$* \quad x^2 + 4x - 21$$

Ψάχνω δύο αριθμούς τέ

Αθροιστά $S = -4$

Γινόμενο $P = -21$

Δηλαδή είτε πομπή με τον
αριθμούς να είναι ο μεγαλύτερος
από τους δύο.

Είναι -7 και 3

Άρα $x^2 + 4x - 21 = (x + 7)(x - 3)$
(προσοχή στα πρόσημα)

iii) Απλοποιώ

$$4x^2 - 12x + 9 =$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2x + 3^2$$

$$= (2x - 3)^2$$

Βήμα 1ος

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 \\ = 144 - 144 = 0$$

$$x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 12x + 9 &= 4 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \\ &= 2^2 \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \left[2 \left(x - \frac{3}{2}\right)\right]^2 \\ &= (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

Παρονομαστής

$$2x^2 - 5x + 3$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$= 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4} \begin{cases} \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2 \left(x - \frac{3}{2}\right) (x - 1)$$

$$= (2x - 3) (x - 1)$$

$$1 \quad \quad \quad 2$$

$$2x - 3$$

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x^2 - 5x + 3} = \frac{(2x-3)^2}{(2x-3)(x-1)} = \frac{2x-3}{x-1}$$

Άσκηση 3 Α' ΟΜΑΔΑΣ

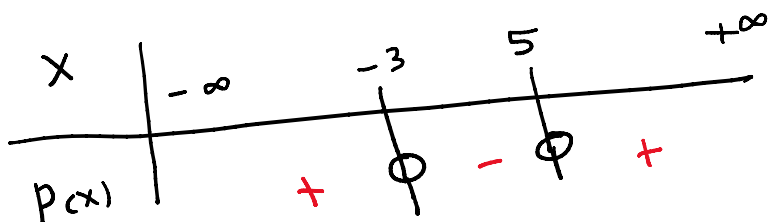
i) $p(x) = x^2 - 2x - 15$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)$$

$$= 4 + 60 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 8}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow \frac{10}{2} = 5 \\ \searrow \frac{-6}{2} = -3 \end{matrix}$$

Το ποσοστό τις λύσεις πάνω στον άξονα
(Η μικρότερη λύση είναι αρνητική)



ii) $p(x) = 4x^2 - 4x + 1$

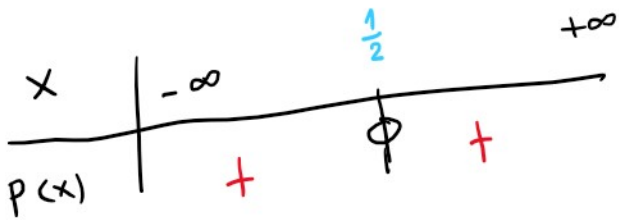
$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1$$

$$= 16 - 16$$

$$= 0$$

$$x_0 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad (\text{μονή στα})$$

$$p(x) = 4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = (2x-1)^2$$



iii) $p(x) = x^2 - 4x + 13$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 13$$

$$= 16 - 52$$

$$= -36 < 0$$

Το τετράγωνο δεν έχει ρίζες
Επομένως σταθερά πρόσημο στο $\mathbb{R}$.

