

4.2 Ανισώσεις 2ου βαθμού - Ασκήσεις 4-9

Τρίτη, 23 Φεβρουαρίου 2021 5:25 μμ

Άσκηση 4 σε σ. 112

Να βρούμε το πρόσημο του τριωνύμου

i) $-x^2 + 4x - 3$

Αρχικά, βρίσκω το είδος του

$$\begin{aligned}\Delta &= 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) \\ &= 16 - 12 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm 2}{-2} = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Κατασκευάζουμε τον πίνακα αλλαγών

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$-x^2 + 4x - 3$	-	+	+	-

↑
Το πρόσημο του
συντελεστή του x^2

$$\beta) -9x^2 + 6x - 1$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-9) \cdot (-1)$$

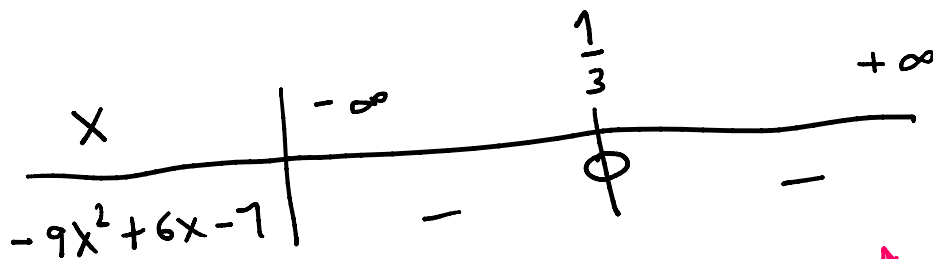
$$= 36 - 36$$

$$= 0$$

←  **ΠΡΟΣΟΧΗ!** Αυτό
σημαίνει ότι έχουμε
μία ρίζα

Η (δικαι) ρίζα του τριωνύμου είναι:

$$x_0 = \frac{-6}{2(-9)} = \frac{-6}{-18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$



↑
Το πρόσημο του
συντελεστή του x^2

↑
Το πρόσημο του
συντελεστή του x^2

$$\text{iii)} -x^2 + 2x - 2$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)$$

$$= 4 - 8$$

$$= -4 < 0$$

←  **ΠΡΟΣΟΧΗ!** Αυτό
σημαίνει ότι το
πολυώνυμο δεν έχει ρίζες

$= -4 < 0 \leftarrow \triangle$ σημαίνει ότι
 τετράγωνο δεν έχει ρίζες
 Επομένως, διατηρεί πρόσημο

Άσκηση 5 ΓΕΩ. 113
 Να λυθούν οι ανισώσεις

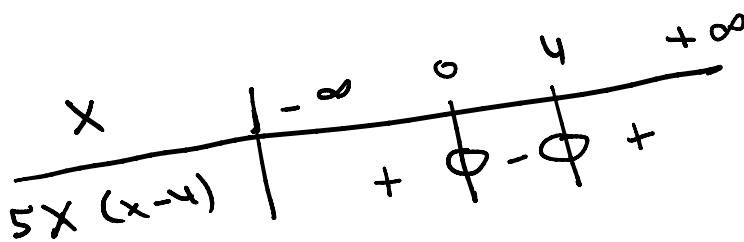
i) $5x^2 \leq 20x$

$$5x^2 - 20x \leq 0$$

$$5x(x-4) \leq 0$$

Οι ρίζες του τετράγωνου
 $x_1 = 0$ και $x_2 = 4$

↓
 Θέλω τις τιμές
 του x που το
 τετράγωνο είναι
 αρνητικό



$$x \in [0, 4]$$

$$(0 \leq x \leq 4)$$

ii)

$$x^2 + 3x \leq 4$$

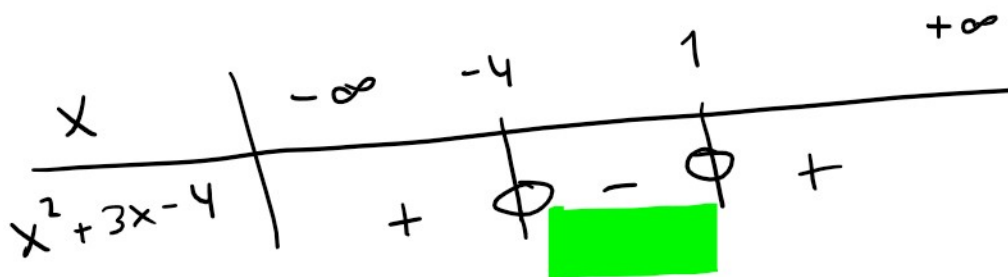
$$x^2 + 3x - 4 \leq 0$$

III

$$x^2 + 3x - 4 \leq 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$



$$x \in [-4, 1] \quad (-4 \leq x \leq 1)$$

Aufgabe 6 6.11.13

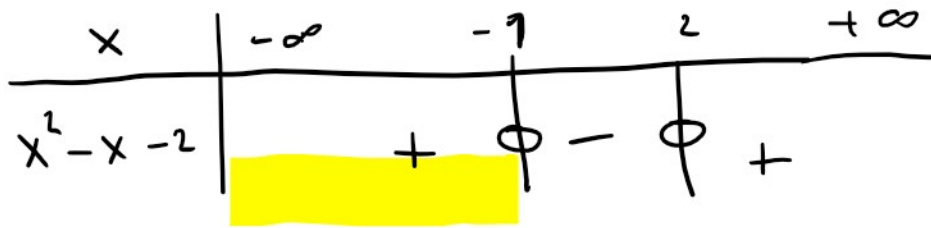
$$i) \quad x^2 - x - 2 > 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$$

$$= 1 + 8 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$



$$x < -1$$

$$x \in (-\infty, -1)$$

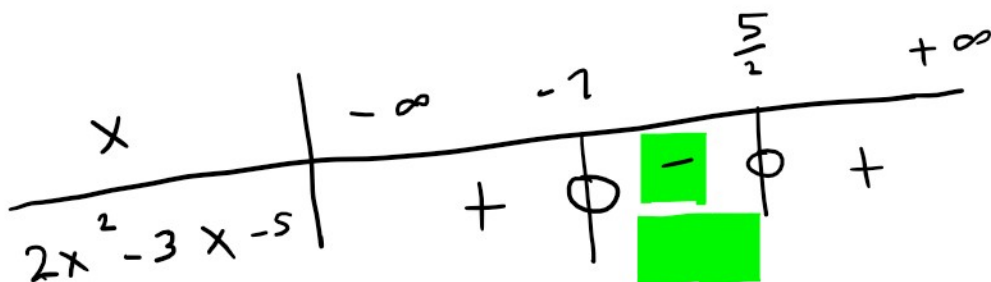
ii) $2x^2 - 3x - 5 < 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)$$

$$= 9 + 40$$

$$= 49$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 7}{4} \quad \begin{matrix} \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{-4}{4} = -1 \end{matrix}$$



$$-1 < x < \frac{5}{2}$$

$$x \in \left(-1, \frac{5}{2}\right)$$

'Α6Μ617 6Ε>.113

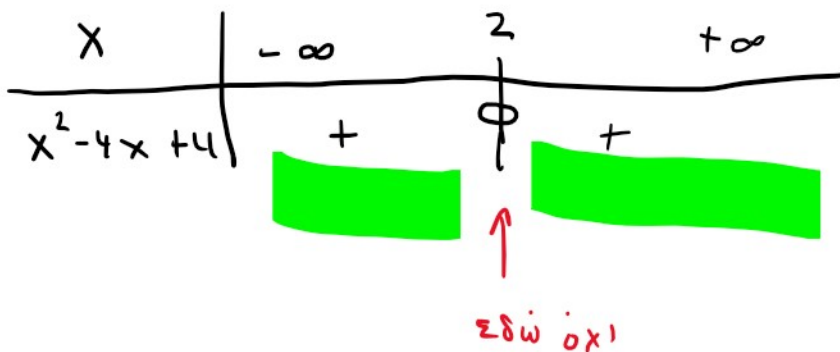
i) $x^2 + 4 > 4x$

$$x^2 - 4x + 4 > 0$$

Α' τρυ πω2

$$\begin{aligned} \Delta &= (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = \\ &= 16 - 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$x_0 = \frac{4}{2} = 2$$



$$x \neq 2$$

Β' Τροπος

$$(x-2)^2 > 0$$

$$x-2 \neq 0$$

$$x \neq 2$$

$$x \in (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$$

ii) $x^2 + 9 \leq 6x$

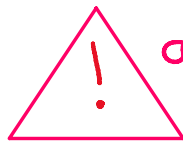
$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x-3)^2 \leq 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$



$a^2 \geq 0$ για κάθε
 $a \in \mathbb{R}$

'Ασκηση 8 σε σ. 113

i) $x^2 + 3x + 5 \leq 0$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$= 9 - 20$$

$$= -11 < 0$$

Διατηρεί (σταθερό) πρόσημο

$$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline x^2 + 3x + 5 & \end{array} \quad \begin{array}{c} -\infty \\ +\infty \end{array}$$

+

Αρα, η ανίσωση είναι αδύνατη

ii) $2x^2 - 3x + 20 > 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20$$

$$= 9 - 160 = -151 < 0$$

Διατηρεί (σταθερό) πρόσημο

$$\begin{array}{c|c} x & \\ \hline 2x^2 - 3x + 20 & \end{array} \quad \begin{array}{c} -\infty \\ +\infty \end{array}$$

+

'Αρα η ανίσωση ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

'Ας κάνω 9 66).113

$$\left(-\frac{1}{4}\right)(x^2 - 4x + 3) > 0$$

$$(-4) \left(-\frac{1}{4}\right)(x^2 - 4x + 3) < (-4) \cdot 0$$

$$\underbrace{(-4) \left(-\frac{1}{4}\right)}_{=1} (x^2 - 4x + 3) < (-4) \cdot 0$$

$$x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$$

$$= 16 - 12$$

$$= 4$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = 2 \pm 1 <^3 1$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x^2 - 4x + 3$	$+$	$\emptyset$	$-$	$+$

$$1 < x < 3$$

$$x \in (1, 3)$$