

4.1 Ανισώσεις με απόλυτες τιμές

Δευτέρα, 1 Φεβρουαρίου 2021 5:58 μμ

Θυμίζω : Για $x \in \mathbb{R}$, $p > 0$

$$1) \quad |x - x_0| < p \Leftrightarrow$$

$$x_0 - p < x < x_0 + p$$

Επομένως,

$$|x| < p \Leftrightarrow$$

$$-p < x < p$$

$$2) \quad |x - x_0| > p \Leftrightarrow$$

$$x < x_0 - p \quad \text{ή} \quad x > x_0 + p$$

Επομένως,

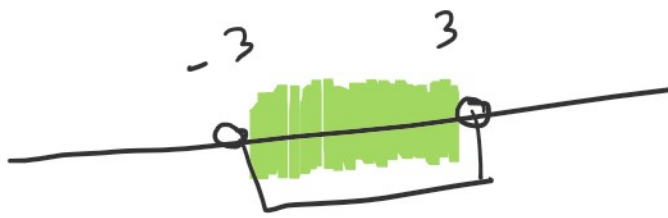
$$|x| > p \Leftrightarrow$$

$$x < -p \quad \text{ή} \quad x > p$$

Agenda 5 $\in \mathbb{R} \cdot 10^4$

i) $|x| < 3$

$$-3 < x < 3$$

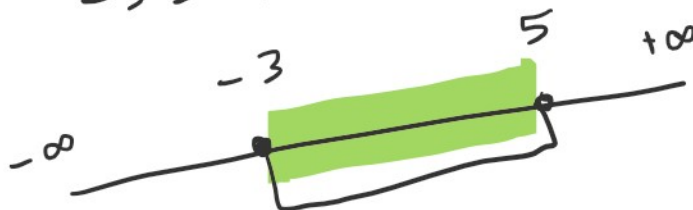


ii) $|x-1| \leq 4$

$$-4 \leq x-1 \leq 4$$

$$-4+1 \leq x \leq 4+1$$

$$-3 \leq x \leq 5$$



iii) $|2x+1| < 5$

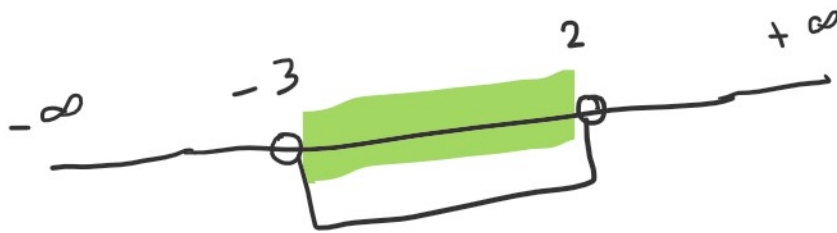
$$-5 < 2x+1 < 5$$

$$-5-1 < 2x < 5-1$$

$$-6 < 2x < 4$$

$$-\frac{6}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$$

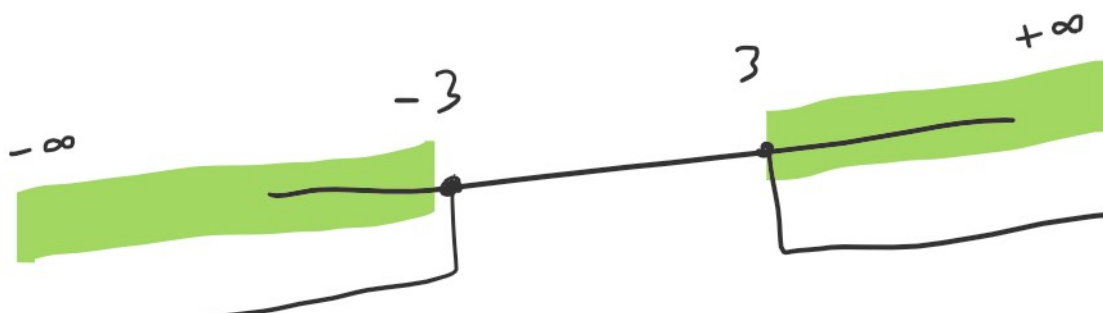
$$-3 < x < 2$$



'A6k~6n 6 6(1). 104

$$i) |x| \geq 3$$

$$x \leq -3 \text{ or } x \geq 3$$





ii) $|x-1| > 4$

$$x-1 < -4 \quad \text{in} \quad x-1 > 4$$

$$x < -4+1 \quad \text{in} \quad x > 4+1$$

$$x < -3 \quad \text{in} \quad x > 5$$

iii) $|2x+1| \geq 5$

$$2x+1 \leq -5 \quad \text{in} \quad 2x+1 \geq 5$$

$$2x \leq -5-1 \quad \text{in} \quad 2x \geq 5+1$$

$$2x \leq -6 \quad \text{in} \quad 2x \geq 6$$

$$x \leq -\frac{6}{2} \quad \text{in} \quad x \geq \frac{6}{2}$$

$$x \leq -3 \quad \text{in} \quad x \geq 3$$

Θυρίγω $|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a \leq 0 \end{cases}$

' Aufgaben 7

$$i) \quad |2x - 6| = 2x - 6$$

Σnreivsi:

$$2x - 6 \geq 0$$

$$2x \geq 6$$

$$x \geq \frac{6}{2}$$

$$x \geq 3$$

$$ii) \quad |3x - 1| = 1 - 3x$$

$$|3x - 1| = -(3x - 1)$$

$$3x - 1 \leq 0$$

$$3x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

' Aufgaben 8

'A6kn4 8

$$i) \frac{|x-1|-4}{2} + \frac{5}{3} < \frac{|x-1|}{3}$$

$$\text{Θ έτω } y = |x-1|$$

$$6 \frac{y-4}{2} + 6 \frac{5}{3} < 6 \frac{y}{3}$$

$$3(y-4) + 10 < 2y$$

$$3y - 12 + 10 < 2y$$

$$3y - 2y < 12 - 10$$

$$y < 2$$

$$|x-1| < 2$$

$$-2 < x-1 < 2$$

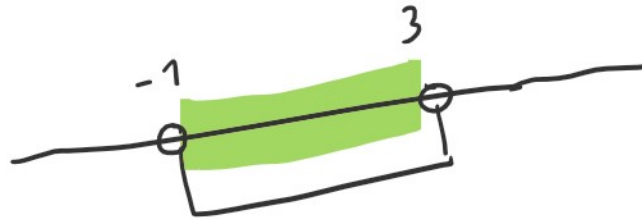
To $x-1$ είναι μεταξύ -2 και 2

$$-2+1 < x < 2+1$$

$$-2+1 < x < 2+1$$

$$-1 < x < 3$$

Το x είναι μεταξύ -1 και 3



$$ii) \quad \frac{|x|+1}{2} - \frac{2|x|}{3} > \frac{1-|x|}{3}$$

$$\theta \epsilon \omega \quad y = |x|$$

$$6 \quad \frac{y+1}{2} - 6 \frac{2y}{3} > 6 \frac{1-y}{3}$$

$$3(y+1) - 4y > 2(1-y)$$

$$3y + 3 - 4y > 2 - 2y$$

$$3y - 4y + 2y > 2 - 3$$

$$y > -1$$

$$|x| > \textcircled{-1} \quad \begin{array}{l} \text{16x0ε1} \\ \text{πάντα} \end{array}$$

Αποδεικνύει για κάθε τιμή του $x \in \mathbb{R}$

Άσκηση 9 εστ. 104

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 5$$

$$\sqrt{(x-3)^2} \leq 5$$



Σύγχω πάντα για περιορισμό

πρέπει $(x-3)^2 \geq 0$ που 16x0ε1

για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$|x-3| \leq 5$$

$$-5 \leq x-3 \leq 5$$

$$-5+3 \leq x \leq 5+3$$

$$\underline{-2 \leq x \leq 8}$$

Βήμα "] " σημαίνει $\leq$
αν ήταν $<$ θα

$$-5 + 3 = -2$$

$$-2 \leq x \leq 8$$

$$x \in [-2, 8]$$



αν ήταν < 0 α
επαγα ")

Βαζω " " στην $\leq$

αν ήταν $<$
θα επαγα " "

Άσκηση 10

$$x \in (-7, 3)$$

Θα πρέπει να βρω το κέντρο του διαστήματος

Θυμάμαι κέντρο του (a, b) είναι το $x_0 = \frac{a+b}{2}$

$$\text{κέντρο } x_0 = \frac{-7+3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Θα βρω και την ακτίνα του διαστήματος

Θυμάμαι ακτίνα του (a, b) είναι $p = \frac{b-a}{2}$

$$\text{ακτίνα } p = \frac{3 - (-7)}{2} = \frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

H ανίσωση που αντιστοιχεί σε αυτή τη λύση είναι:

$$|x - x_0| < p$$

$$|x - (-2)| < 5$$

$$|x + 2| < 5$$

Βήμα < σημαίνει
το x είναι πίσω
σε διάστημα (a, b)
και επίσης σημαίνει
"(" και όχι "[".