

3.3 Εξισώσεις 2ου βαθμού (Vieta)

Τετάρτη, 6 Ιανουαρίου 2021

12:34 μμ

Γενική μορφή:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (\text{διακρίνουσα})$$

$\Delta < 0$: καμία λύση (αδύνατη)

$\Delta = 0$: μια λύση : $x_0 = \frac{-b}{2a}$

$\Delta > 0$: δύο λύσεις:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Παρατήρηση:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} =$$

$$= \frac{-\cancel{b + \sqrt{\Delta}} - \cancel{b - \sqrt{\Delta}}}{2a} =$$

θυμήσου $\frac{a}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a+\beta}{\gamma}$

$$= \frac{-\cancel{2}\beta}{\cancel{2}a} =$$

$$= -\frac{\beta}{a}$$

günstig $\frac{a}{p} \cdot \frac{\gamma}{s} = \frac{a \cdot \gamma}{p \cdot s}$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2a} =$$

$$= \frac{(-\beta - \sqrt{\Delta})(-\beta + \sqrt{\Delta})}{2a \cdot 2a} =$$

← Differenz
stabilisiert Ergebnis

$$= \frac{(-\beta)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} =$$

$$= \frac{\beta^2 - \Delta}{4a^2} =$$

$$= \frac{\beta^2 - (\beta^2 - 4a\gamma)}{4a^2} =$$

$$\cancel{\beta^2} - \cancel{\beta^2} + 4a\gamma$$

$$= \frac{\cancel{\beta^2} - \cancel{\beta^2} + 4a\gamma}{4a^2} =$$

$$= \frac{\cancel{4a\gamma}}{\cancel{4a^2}} =$$

$$= \frac{\gamma}{a}$$

Αν υπολογίσουμε $S = x_1 + x_2$ (sum)

$P = x_1 \cdot x_2$ (product)

$$S = -\frac{\beta}{a} \quad P = \frac{\gamma}{a} \quad \left[\begin{array}{l} \text{Τύποι} \\ \text{του Vieta} \end{array} \right]$$

Διαίρω όλους τους όρους της εξίσωσης με a :

$$\cancel{a}x^2 + \frac{\beta}{a}x + \frac{\gamma}{a} = 0 \quad a \neq 0$$

$$x^2 + \frac{\beta}{a}x + \frac{\gamma}{a} = 0 \quad a \neq 0$$

καταλήγω σε εξίσωση

$$x^2 - 5x + p = 0$$

← εδώ έχει πείον

καταγωγή σε εξίσωση
που έχει ως συντελεστές
τα 5 και p

Πρακτική εφαρμογή:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Οι ρίζες έχουν αθροισμα
γινόμενο

← πρόβλημα
στο πρόσημο

5

6

Με το «πατι»: $x_1 = 2$ και $x_2 = 3$

$$x_1 + x_2 = 5 \quad \text{και} \quad x_1 \cdot x_2 = 6$$

Χωρίς να χρησιμοποιώ διακρίνουσα

Άσκηση 7 σελ. 94

$$x_1 = ; \quad x_2 = ;$$

i) 'Αθροισμα: 2

Γινόμενο: -15

Αφού το γινόμενο είναι αρνητικό οι λύσεις
έχουν διαφορετικό πρόσημο

...
έχουν

διαφορετικό πρόσημο

Αφού το άθροισμα είναι θετικό η θετική
λύση έχει μεγαλύτερη απόλυτη τιμή
από την αρνητική.

Διαλέγω: $x_1 = 5$, $x_2 = -3$. Πράγματι,

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -15$$

ii) Άθροισμα 9
Γινόμενο 10

Αφού το γινόμενο είναι θετικό
οι λύσεις είναι ομόσημες

Αφού το άθροισμα είναι θετικό
οι αριθμοί είναι θετικοί.

Κατασκευάζω την εξίσωση:

$$x^2 - 9x + 10 = 0$$

πρόσημο στο τεύχος!

εδώ σταθερό όρος = 1

... διακρίνουσα:

εδώ σταυρώ.

Θα βρω τις λύσεις μέσω διακρίνουσας:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 =$$

$$= 81 - 40 = 41$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$x_1 = \frac{9 + \sqrt{41}}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 - \sqrt{41}}{2}$$

Επαλήθευση:

$$x_1 + x_2 = \frac{9 + \sqrt{41}}{2} + \frac{9 - \sqrt{41}}{2}$$

$$= \frac{9 + \cancel{\sqrt{41}} + 9 - \cancel{\sqrt{41}}}{2}$$

$$= \frac{18}{2}$$

$$= 9$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{9 + \sqrt{41}}{2} \cdot \frac{9 - \sqrt{41}}{2} =$$

$$= \frac{81 - 41}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

'Ασκηση 8 62). 94

$$i) \quad x^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})x + \sqrt{15} = 0$$

$$x_1 = \sqrt{5}$$

← επιλεγω

$$x_2 = \sqrt{3}$$

$$x_1 + x_2 = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{15}$$

$$ii) \quad x^2 \oplus (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$$

$$x^2 \ominus (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$$

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΑ ΠΡΟΣΗΜΑ

$$x_1 = -\sqrt{2}$$

$$x_2 = + 1$$

'Ασκηση 6 εε). 94

$$x^2 - Sx + P = 0$$



na proslogizō
ta S, P

i) $x_1 = 2$

$$x_2 = 3$$

$$S = x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

ii) $x_1 = 1$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$S = x_1 + x_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$X^2 - \frac{3}{2}X + \frac{1}{2} = 0$$

$$2X^2 - 3X + 1 = 0 \quad (\text{για ομογενή})$$

$$\text{iii)} \quad x_1 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$x_2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$S = x_1 + x_2 = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6} = 10$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = (5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2$$

$$= 25 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$X^2 - 10X + 1 = 0$$

Παρατήρηση:

$$(x - x_1)(x - x_2) =$$

$$= x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 =$$

$$= x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2$$

$$= x^2 - sx + p$$