

3.2 Η εξίσωση $x^n = a$

Τρίτη, 29 Δεκεμβρίου 2020

11:09 πμ

Ασκηση 1 σελ. 87

i) $x^3 - 125 = 0$

$x^3 = 125$

αρνησ ή $\pi \leq 0$

$\pi \leq 0$

$\pi \leq 0$

1^η περίπτωση

$$x = \sqrt[3]{125}$$

$$x = 5$$

ii) $x^5 - 243 = 0$

$x^5 = 243$

$\pi \leq 0$

$\pi \leq 0$

5

1^η περίπτωση

περιττός

$$x = \sqrt[5]{243}$$

$$x = 3$$

iii)

$$x^7 - 1 = 0$$

περιττός $\leftarrow x = 1 > 0$ 1^η περίπτωση
(μία λύση)

$$x = \sqrt[7]{1}$$

$$x = 1$$

Άσκηση 2 6εξ. 87

i)

$$x^3 + 125 = 0$$

περιττός $\leftarrow x = -125 < 0$ 3^η περίπτωση

$$x = -\sqrt[3]{125} \quad (\text{μία λύση})$$

$$x = -5$$

ii)

$$x^5 + 243 = 0$$

$\leftarrow$ $x^5 = -243 < 0$ $3^{\text{η}} \text{ περίπτωση}$
 περίπτωση

$$x = -\sqrt[5]{243}$$

$$x = -3$$

$\text{ii)} \quad x^7 + 1 = 0$

$\leftarrow$ $x^7 = -1 < 0$ $2^{\text{η}} \text{ περίπτωση}$
 περίπτωση

$$x = -\sqrt[7]{1}$$

$$x = -1$$

Αγκύρα 3 $64 > 87$

i) $x^2 - 64 = 0$

$\leftarrow$ $x^2 = 64 > 0$ $2^{\text{η}} \text{ περίπτωση}$
 αέτιος (δύο λύσεις)

$$x = \sqrt{64} \quad \text{ή} \quad x = -\sqrt{64}$$

$$x = 8 \quad \text{ή} \quad x = -8$$

$$\text{ii)} \quad x^4 - 81 = 0$$

$$\text{α < π/2} \quad x^4 = 81 > 0$$

2^η α ∈ π/2 < α < π

$$x = \sqrt[4]{81} \quad \text{ή} \quad x = -\sqrt[4]{81}$$

$$x = 3 \quad \text{ή} \quad x = -3$$

$$\text{iii)} \quad x^6 - 64 = 0$$

$$\text{α < π/2} \quad x^6 = 64 > 0$$

$$x = \sqrt[6]{64} \quad \text{ή} \quad x = -\sqrt[6]{64}$$

$$x = 2 \quad \text{ή} \quad x = -2$$

Για την άσκηση 4

$$\text{Θεώρημα: } \alpha \cdot \beta = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \quad \text{ή} \quad \beta = 0$$



Άσκηση 4 σελ. 87

$$\text{i)} \quad x^5 - 8x^2 = 0$$

$$x^2 (x^3 - 8) = 0$$

$$x^2 = 0 \quad \text{ή} \quad x^3 - 8 = 0$$

$$x = 0$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$x = 2$$

$v = 3$ περιπτώσεις
 $a = 8 > 0$

ii) $x^4 + x = 0$

$$x (x^3 + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ή} \quad x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$v = 3$ περιπτώσεις
 $a = -1 < 0$

$$x = -\sqrt[3]{1}$$

$$x = -1$$

∴ $x^5 + 16x = 0$

$$iii) \quad x^5 + 16x = 0$$

$$x (x^4 + 16) = 0$$

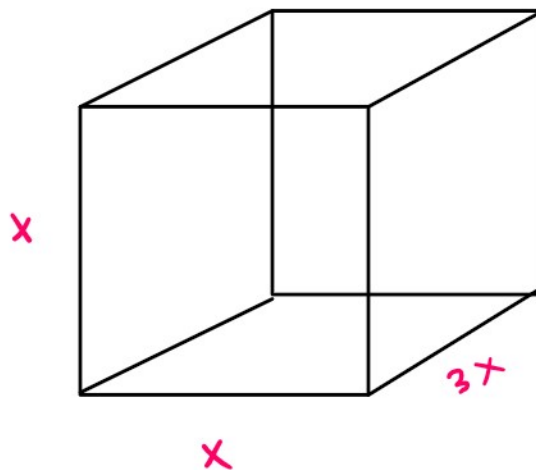
$$x = 0 \quad \text{ή} \quad x^4 + 16 = 0$$

$$\text{αριστερά} \quad x^4 = -16 < 0 \quad \text{4}^{\text{η}} \text{ δύναμη (αδύνατη)}$$

$$\text{Μοναδική λύση: } x = 0$$

Άσκηση 5 6ε). 87

Έχουμε το παρακάτω ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο:



Ο όγκος είναι το γινόμενο των διαστάσεων:

$$V = x \cdot x \cdot 3x = 3x^3$$

$$V = 81 \text{ cm}^3 \quad (\text{από δεδομένα εκφώνησης})$$

$$\text{Επομένως, } 3x^3 = 81$$

$$x^3 = \frac{81}{3}$$

$$x^3 = 27 > 0 \quad \leftarrow \text{πλεοντικός}$$

$$x = \sqrt[3]{27}$$

$$x = 3$$

Οι διαστάσεις του γυαλιού είναι 3m, 3m, 9m

Άσκηση 6 $6x^3 = 87$ $\leftarrow$ πλεοντικός

$$i) (x+1)^3 = 64 > 0$$

$$x+1 = \sqrt[3]{64}$$

$$x+1 = 4$$

$$x = 4-1$$

$$x = 3$$

$$\text{ii)} \quad 1 + 125x^3 = 0$$

$$125x^3 = -1$$

negativ $\leftarrow$ $\textcircled{3}$ $x = -\frac{1}{125} < 0$

$$x = -\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$$

$$x = -\frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{125}}$$

$$x = -\frac{1}{5}$$

$$\text{iii)} \quad (x-1)^4 - 27(x-1) = 0$$

kolvo
paragvira

$$(x-1) \cdot [(x-1)^3 - 27] = 0$$

$$x-1 = 0 \quad \text{in} \quad (x-1)^3 - 27 = 0$$

$$x = 1$$

$\textcircled{3}$ $\leftarrow$ negativ $\leftarrow > 0$

$$(x-1) = 27$$

$$\boxed{x = 1}$$

is

$$(x-1) = 27$$

$$x-1 = \sqrt[3]{27}$$

$$x-1 = 3$$

$$\boxed{x = 4}$$