

2.4 Ρίζες πραγματικών αριθμών 1-6

Σάββατο, 5 Δεκεμβρίου 2020

10:18 πμ

Θυμίζω ότι αν $a, b \geq 0$

με $\sqrt[n]{a} = b$ τότε $\sqrt[n]{b} = a$

Επίσης, γενικά:

Αν $a \geq 0$: $(\sqrt[n]{a})^n = a$, $\sqrt[n]{a^n} = a$

Αν $a \leq 0$, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

Αν $a > 0$: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Παράδειγμα: $\sqrt[2]{a^1} = a^{\frac{1}{2}}$

Άσκηση 1 σεζόν 74

i) $\sqrt{100} = 10$ γιατί $10^2 = 100$

$\sqrt[3]{1000} = 10$ γιατί $10^3 = 1000$

$\sqrt[4]{10000} = 10$ γιατί $10^4 = 10000$

$\sqrt[5]{100000} = 10$ γιατί $10^5 = 100000$

$$\sqrt[5]{100000} = 10 \text{ γιατι } 10^5 = 100000$$

5 ψηφικά

5 ψηφικά

ii) $\sqrt[2]{4} = 2$ γιατι $2^2 = 4$

$\sqrt[3]{8} = 2$ γιατι $2^3 = 8$

$\sqrt[4]{16} = 2$ γιατι $2^4 = 16$

$\sqrt[5]{32} = 2$ γιατι $2^5 = 32$

iii) $\sqrt[2]{0,01} = 0,1$ γιατι $0,1^2 = 0,01$

2 ψηφικά

1 ψηφικό

$\sqrt[3]{0,001} = 0,1$, $\sqrt[4]{0,0001} = 0,1$,

γιατι
 $0,1^3 = 0,001$

γιατι
 $0,1^4 = 0,0001$

$\sqrt[5]{0,00001} = 0,1$

γιατι

$0,1^5 = 0,00001$

Άσκηση 2 6ε2.74

→ $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

το π-4 είναι αλυστική

1)

$$\sqrt{(\pi - 4)^2} = |\pi - 4| = 4 - \pi$$

$\uparrow$
 $\approx 3,14$

$\swarrow$ το $\pi - 4$ είναι αρνητικό

ii) $\sqrt{(-20)^2} = |-20| = 20$

iii) $\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$

iv) $\sqrt{\frac{x^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \left|\frac{x}{2}\right| = \frac{|x|}{|2|} = \frac{|x|}{2}$

'Ασκηση 3 6Σ1.74

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$$

$$|2-\sqrt{5}| + |3-\sqrt{5}|$$

$\swarrow$ αρνητικό
 $\searrow$ θετικό

αρνητικό

$$\cancel{\sqrt{5}} - 2 + 3 - \cancel{\sqrt{5}} = 1$$

$\nwarrow$ βγαίω τις ()

$\nwarrow$ βγαίω τις από τις ()

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

Άσκηση 4 6ελ. 74

$$(\sqrt{x-5} - \sqrt{x+3}) (\sqrt{x-5} + \sqrt{x+3}) =$$

$$(a - b) \cdot (a + b) \leftarrow \begin{array}{l} \text{γνωστή ταυτότητα} \\ \text{διαφορά} \\ \text{τετραγώνων} \end{array}$$

$$a^2 - b^2$$

$$(\sqrt{x-5})^2 - (\sqrt{x+3})^2 =$$

$$x-5 - (x+3) =$$

$$\cancel{x} - 5 - \cancel{x} - 3 =$$
$$-8$$

Άσκηση 5 6ελ. 74

Θυμήσω $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$, $a, b \geq 0$

$$i) (\sqrt{8} - \sqrt{18}) (\sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{32})$$

Στρατηγική: Θα προσπαθήσω να έχω

μικρότερα υπόρρητα για να κάνω

τις πράξεις πιο εύκολα

Τις πράξεις πιο εύκολα

$$\left(\sqrt{2^3} - \sqrt{2 \cdot 3^2} \right) \left(\sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^3 \cdot 3^2} - \sqrt{2^5} \right) =$$

$$\left(2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \right) \left(5\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} - 2^2\sqrt{2} \right) =$$

$$\left(-\sqrt{2} \right) \left(5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \right) =$$

$$\left(-\sqrt{2} \right) 7\sqrt{2} = -7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= -7 \cdot 2 = -14$$

$$\text{ii)} \quad \left(\sqrt{28} + \sqrt{7} + \sqrt{32} \right) \left(\sqrt{63} - \sqrt{32} \right)$$

Θυμίζω $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b} \quad a, b \geq 0$

$$\sqrt{a^3} = \sqrt{a^2 a} = a\sqrt{a} \quad a \geq 0$$

$$= \left(\sqrt{7 \cdot 2^2} + \sqrt{7} + \sqrt{2^5} \right) \cdot \left(\sqrt{7 \cdot 3^2} - \sqrt{2^5} \right) =$$

$$= \left(2\sqrt{7} + \sqrt{7} + 2^2\sqrt{2} \right) \cdot \left(3\sqrt{7} - 2^2\sqrt{2} \right) =$$

$$\left(3\sqrt{7} - 4\sqrt{2} \right) = \text{Διαφορά}$$

$$= (3\sqrt{7} + 4\sqrt{2}) (3\sqrt{7} - 4\sqrt{2}) =$$

Διαφορά
τετραγώνων

$$= (3\sqrt{7})^2 - (4\sqrt{2})^2 =$$

$$= 3^2 \sqrt{7}^2 - 4^2 \sqrt{2}^2 =$$

$$= 9 \cdot 7 - 16 \cdot 2 =$$

$$= 63 - 32 =$$

$$= 31$$

Άσκηση 6 6 ες. 74

Θύμιση $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, a, b \geq 0$

$$i) \sqrt{2} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} =$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{(2-\sqrt{2}) \cdot (2+\sqrt{2})} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2} =$$

Διαφορά τετραγώνων
Γινόμενο διαφοράς και
αθροίσματος

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{4 - 2} \leftarrow \text{κάνω πράξεις}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}^2$$

$$= 2$$

$$\text{ii)} \quad \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{3-\sqrt{5}} =$$

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{(3+\sqrt{5}) \cdot (3-\sqrt{5})} =$$

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3^2 - \sqrt{5}^2} =$$

Διαφογή
τετραγώνων

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{9-5} =$$

$$= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} =$$

$$= \sqrt[3]{2 \cdot 4} =$$

$$= \sqrt[3]{8} =$$

$$= 2$$