

Τρίτη, 5 Ιανουαρίου 2021 12:53 μμ

α. Να αποδείξετε ότι $x^2 + 4x + 5 > 0$, για κάθε πραγματικό αριθμό x .

$$B = |x^2 + 4x + 5| - |x^2 + 4x + 4|$$

a. $x^2 + 4x + 5 > 0$

$$(x+2)^2 + 1 > 0 \quad | \text{ always}$$

β. $B = |x^2 + 4x + 5| - |x^2 + 4x + 4| =$

↑

στηλικός

↑

στηλικός
n
πυρίτις
 $(x+2)^2$

$$= x^2 + 4x + 5 - (x^2 + 4x + 4)$$

$$= \cancel{x^2} + \cancel{4x} + 5 - \cancel{x^2} - \cancel{4x} - 4$$

$$= 5 - 4$$

$$= 1$$

Θέμα 2 – 1258

Για κάθε πραγματικό αριθμό x με την ιδιότητα $5 < x < 10$,

α. να γράψετε τις παραστάσεις $|x-5|$ και $|x-10|$ χωρίς απόλυτες τιμές

β. να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x-10|}{x-10}$$

Λύση α. $5 < x < 10$ άρα $x-5 > 0$
 $x-10 < 0$

$$|x-5| = x-5$$
$$|x-10| = -(x-10)$$

β. $A = \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x-10|}{x-10} = \frac{\cancel{x-5}}{\cancel{x-5}} + \frac{-(\cancel{x-10})}{\cancel{x-10}}$

$$= 1 - 1 = 0$$

Θέμα 2 – 1239

Δίνεται η παράσταση: $A = |3x-6| + 2$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α. Να αποδείξετε ότι

i. για κάθε $x \geq 2$, $A = 3x - 4$

ii. για κάθε $x < 2$, $A = 8 - 3x$.

β. Αν για τον x ισχύει ότι $x \geq 2$ να αποδείξετε ότι:

$$\frac{9x^2 - 16}{|3x-6| + 2} = 3x + 4$$

Λύση α. Το μυστικό της λύσης είναι στο να βγάλουμε την απόλυτη τιμή

$$A = |3x-6| + 2$$
$$= |3(x-2)| + 2$$

$$= |3| \cdot |x-2| + 2$$

$$= 3|x-2| + 2$$

i. $x \geq 2$

$$x-2 \geq 0$$

$$A = 3(x-2) + 2 =$$

$$= 3x - 6 + 2 =$$

$$= 3x - 4$$

ii. $x < 2$

$$x-2 < 0$$

$$A = 3(2-x) + 2$$

$$= 6 - 3x + 2$$

$$= 8 - 3x$$

p. $x \geq 2$

$$\frac{9x^2 - 16}{|3x - 6| + 2} =$$

$$\frac{9x^2 - 16}{|3x - 6| + 2} \leftarrow A \text{ стир}$$

неинтересно!

$$\frac{9x^2 - 16}{3x - 4} =$$

$$= \frac{(3x)^2 - 4^2}{3x - 4} \leftarrow \text{Диагональ}$$

сокращаем

$$= \frac{(3x-4)(3x+4)}{3x-4} =$$

$$= 3x + 4$$

Θέμα 2 - 1260

Δίνεται η παράσταση: $A = |x-1| - |x-2|$.

α. Για $1 < x < 2$, να δείξετε ότι: $A = 2x - 3$.

β. Για $x < 1$, να δείξετε ότι η παράσταση A έχει σταθερή τιμή (ανεξάρτητη του x), την οποία και να προσδιορίσετε.

Λύση

α. $1 < x < 2$ άρα

$$x-1 > 0$$

$$x-2 < 0$$

$$\begin{aligned} A &= |x-1| - |x-2| \\ &= x-1 - (2-x) \\ &= x-1-2+x \\ &= 2x-3 \end{aligned}$$

β. $x < 1$ άρα

$$x-1 < 0$$

$$x-2 < 0$$

$$\begin{aligned} A &= |x-1| - |x-2| \\ &= (1-x) - (2-x) \\ &= \cancel{1-x} - \cancel{2+x} \\ &= -1 \quad (\text{ανεξάρτητο του } x) \end{aligned}$$