
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Δυναμική στο επίπεδο

*Δυνάμεις
3^{ος} Νόμος Νεύτωνα
Τριβή
Δυναμική σε κεκλιμένο*

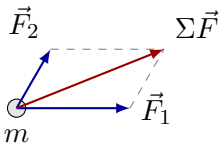
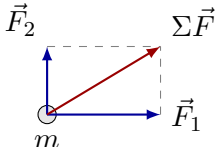
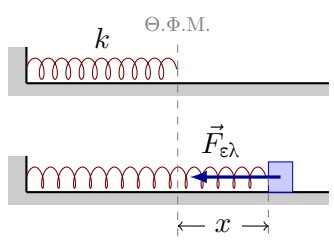
Γιώργος Παπαδημητρίου

© 2019-2020

Made with Xe_ΛTeX and TikZ

3.1 Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο

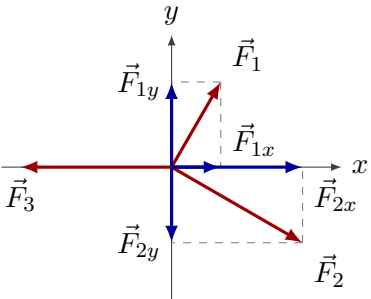
Πίνακας 3.1 - Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
Άθροισμα διανυσμάτων στο επίπεδο		
 $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \varphi}$ $\eta \mu \theta = \frac{F_2 \eta \mu \varphi}{F_1 + F_2 \cos \varphi}$	<p>Άθροισμα διανυσμάτων με τυχαία γωνία φ</p>	<p>Γραφική λύση</p>
 $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ $\varepsilon \varphi \theta = \frac{F_2}{F_1}$	<p>Άθροισμα κάθετων διανυσμάτων ($\varphi = 90^\circ$)</p>	<p>Γραφική λύση και αλγεβρική λύση (με το Πυθαγόρειο θεώρημα...)</p>
Νόμος Hooke		
$F_{\varepsilon \lambda} = -kx$	<p>Νόμος του Hooke</p> <p>k η σταθερά ελατηρίου x η παραμόρφωση του ελατηρίου</p>	
Γ' Νόμος Newton		
$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$	<p>Γ' Νόμος</p>	<p>Νόμος Δράσης-Αντίδρασης</p>
Τριβή		
$T = \mu N$	<p>Τριβή ολίσθησης</p>	<p>Όταν το σώμα κινείται πάνω στο άλλο. Η τριβή ολίσθησης έχει πάντα τιμή $T = \mu N$ ανεξάρτητα από την ταχύτητα του σώματος και το εμβαδό επαφής</p>
<p>Συνεχίζεται →</p>		

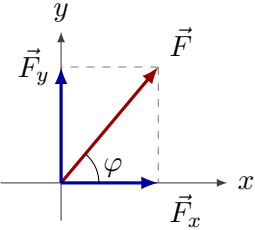
Πίνακας 3.1 - Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο - συνέχεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
$0 \leq T_s \leq T_{o\rho}$	Στατική τριβή	Όταν το σώμα δεν κινείται αλλά έχει τάση να κινηθεί πάνω στο άλλο. Η τιμή της T_s είναι πάντα τόση ώστε να μην κινείται το σώμα
$T_{o\rho} = \mu_s N$	Οριακή (Μέγιστη) Στατική τριβή	
$\mu_s > \mu_o$	Σχέση συντελεστών τριβής	Συνήθως θεωρούμε ότι ισχύει $\mu_s = \mu_o = \mu$

Ισορροπία στο επίπεδο

	<p>Ισορροπία ομοεπίπεδων δυνάμεων</p>	<p>Ισορροπεί στον x και στον y</p> $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} F_{1y} - F_{2y} = 0 \\ F_{1x} + F_{2x} - F_3 = 0 \end{cases}$
--	---------------------------------------	---

Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

	<p>Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες στους άξονες x και y</p>	$F_x = F \cos \varphi$ <p>και</p> $F_y = F \sin \varphi$
---	---	--

3.2 Φύλλα εργασίας - Δυναμική

3.2.1 3^{ος} Νόμος Νεύτωνα

Αν ένα σώμα ασκεί δύναμη σε ένα δεύτερο σώμα τότε και το δεύτερο σώμα ασκεί **αντίθετη δύναμη** στο πρώτο.

Αν η μία δύναμη είναι \vec{F}_{12} (δράση) τότε η άλλη θα είναι $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ (αντίδραση).

Η δύναμη είναι _____ μέγεθος. Μονάδα δύναμης (SI): _____.

3.2.2 Νόμος του Hooke

Νόμος ελαστικών παραμορφώσεων: Οι παραμόρφωση ενός ελαστικού σώματος είναι _____ με την δύναμη που δέχεται.

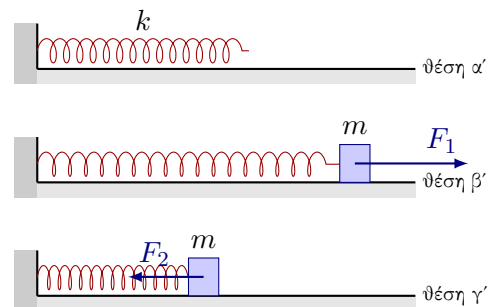
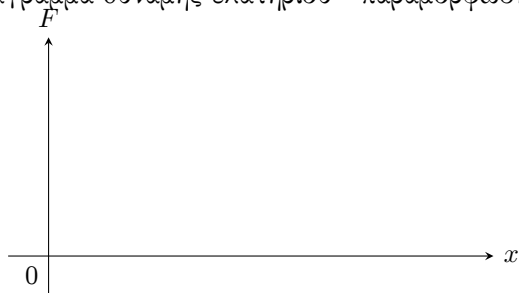
Νόμος του Hooke για τα ελατήρια: $F =$

Εξηγούμε τα σύμβολα στον παραπάνω νόμο:

k :

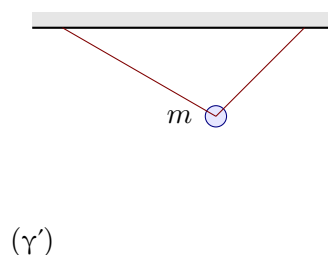
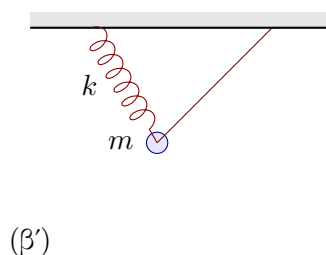
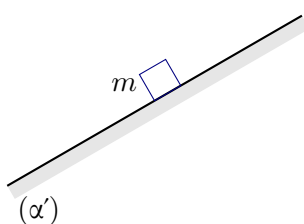
x :

Διάγραμμα δύναμης ελατηρίου - παραμόρφωσης

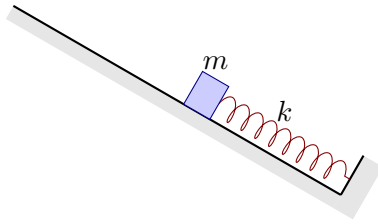


3.2.3 Δυνάμεις

A. Στα παρακάτω σχήματα να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα:

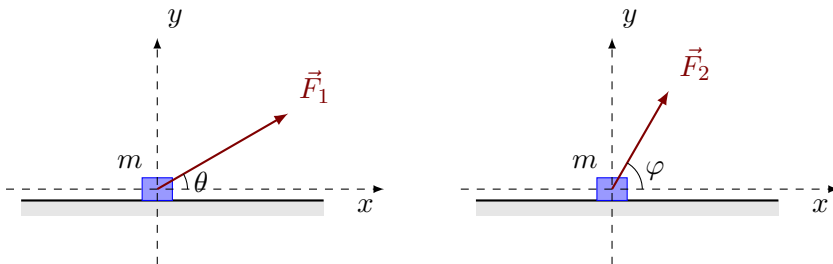


Β. Όμοια στο παρακάτω σχήμα:



3.2.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Α. Να αναλύσετε τη δύναμη \vec{F} σε δύο συνιστώσες στους άξονες x και y στα παρακάτω σχήματα.



Β. Αν $F_1 = 50 \text{ N}$, $F_2 = 40 \text{ N}$ και $\theta = 30^\circ$, $\varphi = 60^\circ$ υπολογίστε τις συνιστώσες:

$$F_{1x} =$$

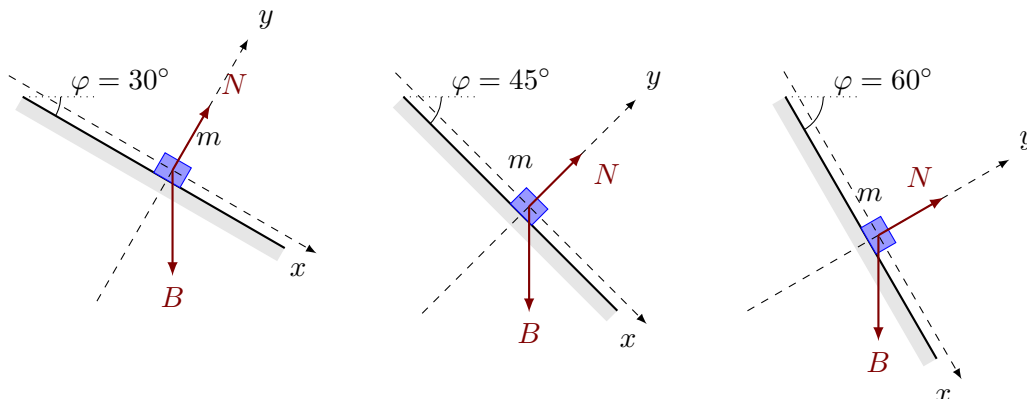
$$F_{1y} =$$

$$F_{2x} =$$

$$F_{2y} =$$

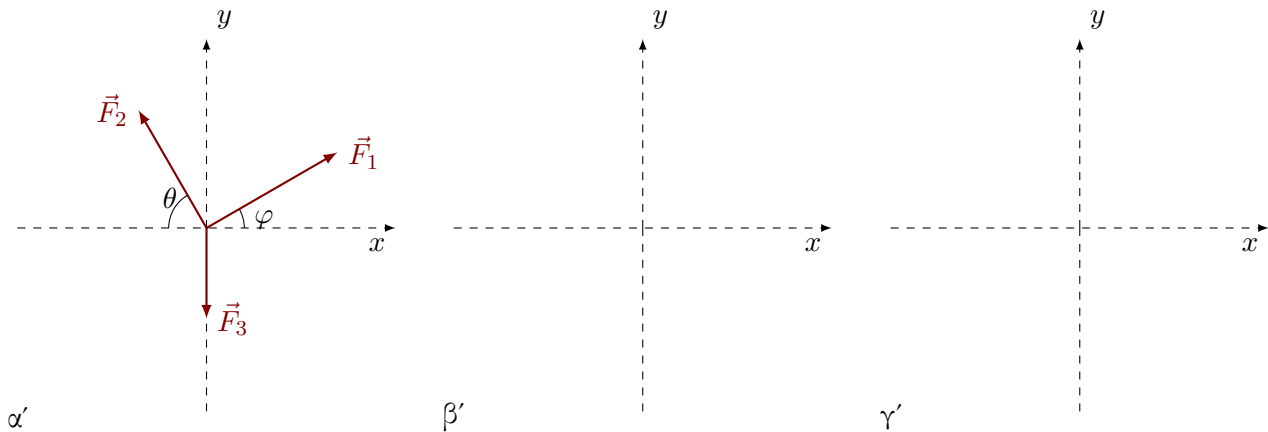
Δεν ξεχνάμε: Η συνιστώσα που ακουμπάει-πρόκειται- στη γωνία παίρνει το συνημίτονο. Αυτή που είναι απέναντι από τη γωνία παίρνει το ημίτονο.

Γ. Να αναλύσετε τη δύναμη του βάρους σε δύο συνιστώσες στους άξονες στα παρακάτω σχήματα. Δίνεται ότι $B=100 \text{ N}$.



3.2.5 Σύνθεση πολλών δυνάμεων

Α. Στο παρακάτω σχήμα α' αναλύστε τις δυνάμεις που δεν είναι πάνω στους άξονες σε συνιστώσες στους άξονες. Στη συνέχεια στο σχήμα β' ζωγραφίστε τις δυνάμεις που προκύπτουν πάνω στους άξονες. Αυτές που αναλύσατε δεν υπάρχουν πια.



Για τους υπολογισμούς δίνονται: $F_1 = 40 \text{ N}$, $F_2 = 30 \text{ N}$, $F_3 = 20 \text{ N}$ και $\varphi = 30^\circ$, $\theta = 60^\circ$. Θεωρήστε $\sqrt{2} \simeq 1,4$, $\sqrt{3} \simeq 1,7$.

Υπολογίζουμε τις συνιστώσες:

Στο σχήμα γ' να ζωγραφίσετε μόνο τις συνισταμένες $\Sigma \vec{F}_x$ και $\Sigma \vec{F}_y$ που υπολογίσατε, και τη τελική συνισταμένη $\Sigma \vec{F}$ την οποία θα υπολογίσετε.

Υπολογίζουμε τις συνιστώσες σε κάθε άξονα:

$$\Sigma \vec{F}_x =$$

$$\Sigma \vec{F}_y =$$

Και η τελική συνισταμένη

$$\Sigma \vec{F} = \sqrt{\Sigma \vec{F}_x^2 + \Sigma \vec{F}_y^2} =$$

και η διεύθυνσή της: $\epsilon\varphi\theta =$

3.2.6 Στατική Τριβή

Στατική είναι η τριβή που εμφανίζεται όταν το σώμα δεν κινείται. Η στατική τριβή T_{σ} δεν έχει συγκεκριμένο μέτρο, αλλά προσαρμόζεται έτσι ώστε το σώμα να μην κινείται.

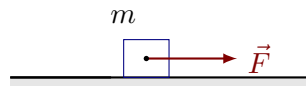
Η μέγιστη στατική τριβή ονομάζεται *οριακή τριβή* $T_{\sigma\phi}$.

Δηλαδή: $0 \leq T_{\sigma} \leq T_{\sigma\phi}$

Η οριακή τριβή $T_{\sigma\phi}$ υπολογίζεται από τη σχέση $T_{\sigma\phi} = \mu_{\sigma}N$

μ_{σ} : ο συντελεστής στατικής τριβής και N η κάθετη δύναμη στήριξης.

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα δέχεται δύναμη \vec{F} αλλά ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο.



Για την τριβή του ισχύει $T_{\sigma} = 20 \text{ N}$.

Αν $F = 5 \text{ N}$ τότε $T_{\sigma} =$

Αν $F = 10 \text{ N}$ τότε $T_{\sigma} =$

Αν $F = 20 \text{ N}$ τότε $T_{\sigma} =$

Αν $F = 21 \text{ N}$ τότε το σώμα θα ...

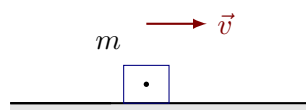
3.2.7 Τριβή ολίσθησης

Είναι η τριβή που εμφανίζεται όταν το σώμα κινείται. Η τριβή ολίσθησης T έχει συγκεκριμένο μέτρο, ανεξάρτητα με την ταχύτητα του σώματος.

Νόμος τριβής ολίσθησης: $T = \mu N$

μ : ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και N η κάθετη δύναμη στήριξης.

Α'. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή που το βλέπουμε έχει ταχύτητα \vec{v} .



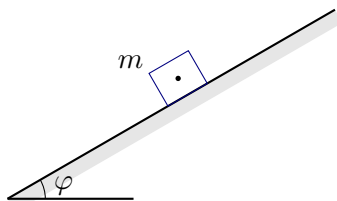
α. Τι είδους τριβή δέχεται; Να τη σχεδιάσετε.

β. Αν $\mu = 0,2$ και $N = B = 20\text{ N}$ η τριβή έχει τιμή $T =$

γ. Τι είδους κίνηση κάνει;

δ. Αν τοποθετήσουμε πάνω του ένα ίδιο σώμα και στο σύστημα των δύο σωμάτων δώσουμε μία ταχύτητα στο ίδιο επίπεδο, η τριβή T θα γίνει $T =$

Β'. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα αφήνεται στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30^\circ$, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Δίνεται η μάζα $m = 10 \text{ kg}$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.



α'. Σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα.

β'. Αναλύστε το βάρος B σε δύο άξονες x - παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο - και y κάθετος στον x .

$$B_x =$$

$$B_y =$$

γ'. Εφαρμόστε τον α' νόμο του Νεύτωνα για τον άξονα y , στον οποίο το σώμα ισορροπεί και υπολογίστε την δύναμη N .

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$$

δ'. Υπολογίστε την τριβή T

$$T =$$

ε'. Υπολογίστε την συνιστώσα του Βάρους B_x για να διαπιστώσετε αν το σώμα θα κινηθεί ή όχι στον άξονα x .

$$B_x =$$

στ'. Εφαρμόστε τον β' νόμο του Νεύτωνα για τον άξονα x , στον οποίο το σώμα επιταχύνεται και υπολογίστε την επιτάχυνση a .

$$\Sigma F_x = ma \Leftrightarrow$$

3.3 Ερωτήσεις

1. Ένα σώμα Σ βάρους B είναι δεμένο με νήμα και ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα $v = 5 \text{ m/s}$ όταν του ασκούμε σταθερή δύναμη F .

Το ίδιο σώμα για να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$ πρέπει να του ασκούμε σταθερή δύναμη F' για την οποία ισχύει:

$$(\alpha') F' = F \qquad (\beta') F' < F \qquad (\gamma') F' > F$$

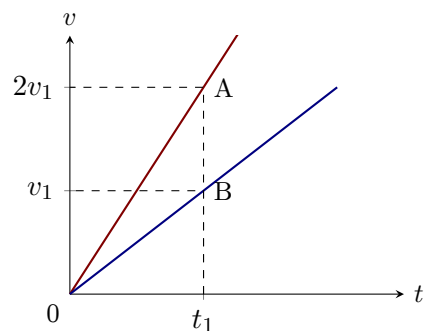
2. Ένα σώμα Σ βάρους 10N ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο τραπέζι. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- (α') Η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα είναι το βάρος του.
 (β') Το σώμα Σ δέχεται δύναμη από τη Γη μεγαλύτερη από 10N .
 (γ') Το Σ δέχεται δύναμη από το τραπέζι με φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με 10N , μόνο αν το τραπέζι είναι λείο.
 (δ') Το βάρος του σώματος ασκείται στο τραπέζι.
 (ε') Η αντίδραση του βάρους ασκείται στο σώμα Σ και έχει φορά προς τα πάνω.
 (στ') Το σώμα δέχεται από το τραπέζι δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω με μέτρο 10N .

3. Για να μπορέσουμε να κινησουμε ένα άδειο ποτήρι βάρους 3N πάνω σε ένα τραπέζι, απαιτείται να του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη τουλάχιστον $F = 1 \text{ N}$.

- (α') Η στατική τριβή μεταξύ ποτηριού και τραπέζιού είναι πάντα 1N .
 (β') Η στατική τριβή είναι 2N .
 (γ') Αν ασκήσουμε οριζόντια δύναμη 2N , το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
 (δ') Αν ρίξουμε νερό στο ποτήρι θα πρέπει να αυξήσουμε την ασκούμενη δύναμη, ώστε να κινησουμε το ποτήρι.
 (ε') Αν το ποτήρι που περιέχει νερό είναι έτοιμο να ξεκινήσει, μόλις του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη $F' = 2,5 \text{ N}$, πόσα γραμμάρια νερό περιέχει το ποτήρι; $g = 1, \text{ m/s}^2$.

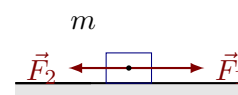
4. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, είναι ακίνητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, στα σώματα ασκούνται οριζόντιες δυνάμεις οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, φαίνεται πως μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει η σχέση:

$$(\alpha') m_1 = m_2 \qquad (\beta') m_1 = 2m_2 \qquad (\gamma') m_2 = 2m_1$$

5. Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 , με μέτρα $F_1 = 4 \text{ N}$ και $F_2 = 3 \text{ N}$. Το κιβώτιο παραμένει συνεχώς ακίνητο στο οριζόντιο δάπεδο.



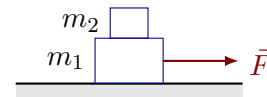
Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο στατική τριβή, η οποία έχει:

- (α') φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με 1 N .
 (β') φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 1 N .
 (γ') φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 7 N .

6. Σώμα μάζας m ισορροπεί οριακά σε κεκλιμένο γωνίας φ . Αν στο ίδιο κεκλιμένο τοποθετηθεί άλλο σώμα από το ίδιο υλικό, αλλά μάζας $2m$, αυτό:

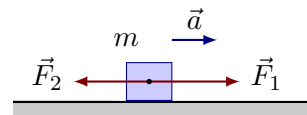
- (α') Ευθύγραμμη ομαλή
 (β') Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη)
 (γ') Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη).
 (δ') Θα σταματήσει αμέσως την κίνησή του.

11. Το σύστημα των δύο σωμάτων με ίσες μάζες κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση μιας σταθερής δύναμης \vec{F} . Αν κάποια στιγμή αφαιρέσουμε τη μάζα m_2 , ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:



- (α') Η τριβή ολίσθησης παραμένει ίδια. (γ') Ο συντελεστής τριβής μειώνεται.
 (β') Η μάζα m_1 θα επιταχυνθεί. (δ') Το μέτρο της τριβής ολίσθησης θα υποδιπλασιαστεί

12. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $m = 500\text{g}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκούνται συγχρόνως οι σταθερές οριζόντιες δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 10\text{N}$ και $F_2 = 6\text{N}$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

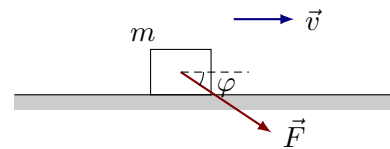


Με την επίδραση των δυνάμεων F_1 και F_2 το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση. Η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο κιβώτιο από το δάπεδο είναι σταθερή με μέτρο $T = 2\text{N}$.

Το κιβώτιο κινείται με επιτάχυνση που έχει μέτρο:

- (α') 8m/s^2 . (β') 4m/s^2 . (γ') 2m/s^2 .

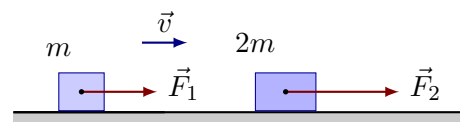
13. Το σώμα του διπλανού σχήματος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της σταθερής δύναμης \vec{F} που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Η τριβή \vec{T} που δέχεται το σώμα έχει μέτρο ίσο με:

- (α') $T = F \sin \varphi$ (γ') $T = \mu mg$
 (β') $T = \mu mg \sin \varphi$ (δ') $T = \mu(mg + F \eta \mu \varphi)$

14. Στο σχήμα φαίνονται δύο κιβώτια, το Α με μάζα m και το Β με μάζα $2m$. Τα κιβώτια κινούνται ευθύγραμμα ομαλά, με ταχύτητες ίδιου μέτρου, πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση των δυνάμεων \vec{F}_1 και \vec{F}_2 αντίστοιχα.



Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου κιβωτίων είναι μ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g .

Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 θα ισχύει:

- (α') $F_1 = F_2$ (β') $2F_1 = F_2$ (γ') $F_1 = 2F_2$

15. Ένα σώμα μάζας m ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ και συντελεστή στατικής τριβής μ_s για τους οποίους ισχύει $\mu_s > \mu$. Έστω T_s η στατική, $T_{οφ}$ η οριακή τριβή και T η τριβή ολίσθησης.

Κάποια στιγμή για να κινηθεί το σώμα ασκούμε οριζόντια δύναμη \vec{F} . Για να κινηθεί το σώμα θα πρέπει οπωσδήποτε να ισχύει η σχέση:

- (α') $0 < F < T_s$ (β') $F = T$ (γ') $F > T_{οφ}$ (δ') $F > T$

16. Ο χονδρός (A) και ο λιγνός (B) έχουν μάζες m_A και m_B με σχέση $m_A = 2m_B$. Οι δυο τους στέκονται με πατίνια σε λείο οριζόντιο δάπεδο κρατώντας το τεντωμένο σκοινί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τραβώντας το σκοινί αρχίζουν να κινούνται με επιταχύνσεις μέτρων a_A και a_B που έχουν σχέση:



$$(\alpha') a_A = 2a_B$$

$$(\beta') a_A = a_B$$

$$(\gamma') a_A = \frac{1}{2}a_B$$

17. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως σωστές Σ ή λάθος Λ.

- (α') Για να ισορροπεί ένα σώμα στο οποίο ασκούνται τρεις δυνάμεις θα πρέπει η συνισταμένη των δύο δυνάμεων να είναι αντίθετη της τρίτης δύναμης
 (β') Η τριβή ολίσθησης που δέχεται ένα σώμα εξαρτάται από το εμβαδό της επιφάνειας που ολισθαίνει.
 (γ') Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι ανάλογος με την συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα.
 (δ') Η άνωση είναι δύναμη από απόσταση.
 (ε') Η δύναμη της τριβής που δέχεται ένα σώμα δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του, εάν αυτή δεν υπερβαίνει ορισμένη τιμή.
 (ς') Το μέτρο της τριβής ολίσθησης για μικρές ταχύτητες εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ολισθαίνει.
 (ζ') Η ισορροπία ενός σώματος που δέχεται δυο δυνάμεις είναι συνέπεια του νόμου Δράσης-Αντίδρασης.
 (η') Οι δυνάμεις δράσης - αντίδρασης, που αναπτύσσονται μεταξύ δύο σωμάτων που αλληλεπιδρούν, έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.

18. Δύο δυνάμεις ίσου μέτρου F είναι κάθετες μεταξύ τους. Το μέτρο της συνισταμένης τους, είναι ίσο με:

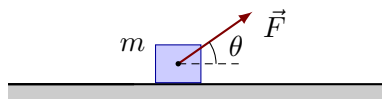
$$(\alpha') 2F$$

$$(\beta') F/2$$

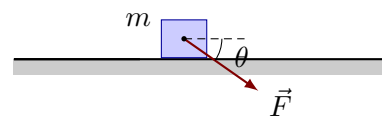
$$(\gamma') F\sqrt{2}$$

$$(\delta') 0$$

19. Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει τριβή ολίσθησης με συντελεστή μ . Ασκούμε στο σώμα δύναμη μέτρου F , που ισούται με το μέτρο του βάρους B του σώματος και σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Το σώμα αρχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο δεχόμενο από αυτό δύναμη τριβής ολίσθησης, μέτρου T_1 .



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Αλλάζουμε την κατεύθυνση της δύναμης που ασκούμε, έτσι ώστε να σχηματίζει πάλι γωνία $\varphi = 30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο αλλά όπως φαίνεται στο Σχήμα 2, οπότε το σώμα δέχεται κατά την κίνησή του, δύναμη τριβής ολίσθησης μέτρου T_2 .

Για τα μέτρα των δυνάμεων τριβής ολίσθησης θα ισχύει:

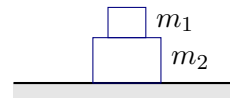
$$(\alpha') \frac{T_1}{T_2} = 1$$

$$(\beta') \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{3}$$

$$(\gamma') \frac{T_1}{T_2} = 3$$

3.4 Προβλήματα

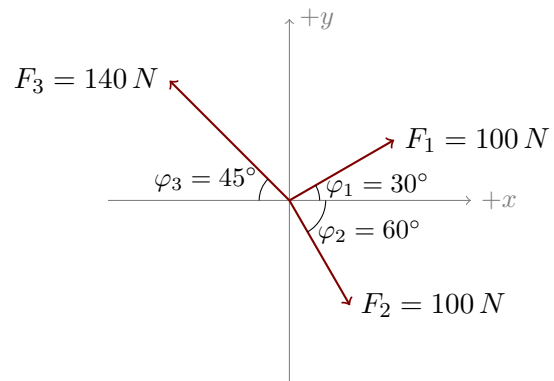
1. Σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$ ισορροπεί πάνω σε σώμα μάζας $m_2 = 2 \text{ Kg}$ που με τη σειρά του ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο.



Να βρεθούν:

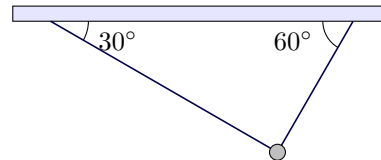
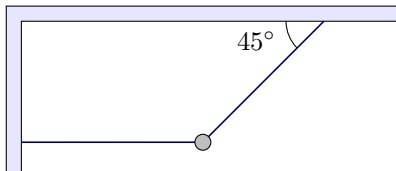
- (α') Οι δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα.
- (β') Τα ζεύγη δράσης-αντίδρασης.
- (γ') Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται κάθε σώμα.
- (δ') Η δύναμη που δέχεται το τραπέζι από το σύστημα των δύο σωμάτων.

2. Σε σώμα $m = 2\text{kg}$ βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δέχεται τρεις οριζόντιες δυνάμεις, όπως φαίνεται στο διπαλνό σχήμα.



- (α') Να βρεθεί η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τιμή και κατεύθυνση.
- (β') Να βρεθεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει.
- (γ') Να βρείτε μία τέταρτη οριζόντια δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα ώστε αυτό να ισορροπεί.

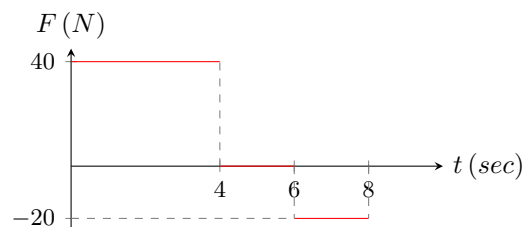
3. Ένα σώμα μάζας $m=5 \text{ Kg}$ δένεται με νήματα όπως στα παρακάτω σχήματα. Να βρεθούν οι τάσεις των νημάτων.



4. Σώμα μάζας 10 Kg κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$ σε οριζόντιο δάπεδο όταν δέχεται οριζόντια δύναμη $F = 40 \text{ N}$. Να βρεθούν:

- (α') Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα.
- (β') Ο συντελεστής τριβής σώματος-επιπέδου.
- (γ') Κάποια στιγμή καταργείται η δύναμη F . Να βρεθεί το ολικό διάστημα της κίνησης μέχρι να σταματήσει το σώμα, από τη θέση που μηδενίστηκε η δύναμη.

5. Σε σώμα $m = 2\text{kg}$ αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη F της οποίας η αλγεβρική τιμή δείχνεται στο διάγραμμα:



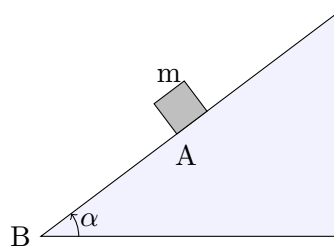
- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 8\text{s}$.
- (β') Να γίνει το διάγραμμα (v, t) .

6. Σε σώμα μάζας 4 Kg που ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $0,2$ ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη 20 N για 10 sec . Μετά η δύναμη καταργείται. Να βρεθούν:

- (α') Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
- (β') Το ολικό διάστημα της κίνησης μέχρι να σταματήσει το σώμα.

7. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα, μάζας $m = 10 \text{ kg}$, είναι ακίνητο και η γωνία είναι $\alpha = 37^\circ$.

- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα.
 (β') Τι είδους τριβή ασκείται στο σώμα (στατική ή ολίσθησης);
 (γ') Βρείτε το μέτρο της κάθε δύναμης. Δίνεται $\eta_{37}=0,6$, $\sigma_{37}=0,8$.



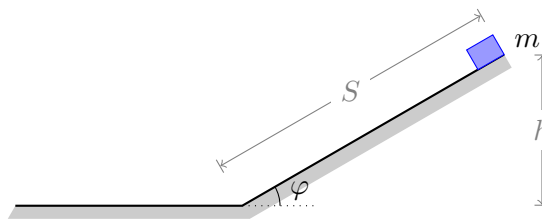
8. Ένα σώμα μάζας $m=10 \text{ Kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή με συντελεστή $0,1$. Το σώμα δέχεται δύναμη $F=20 \text{ N}$ για 5 δευτερόλεπτα. Η δύναμη F μηδενίζεται για 2 δευτερόλεπτα και αντιστρέφεται μέχρι να σταματήσει το σώμα. Να βρεθούν:

- (α') Οι κινήσεις που εκτελεί το σώμα
 (β') Οι ταχύτητά του σώματος την χρονική στιγμή $t=10 \text{ sec}$.
 (γ') Το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα.

9. Από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$, εκτοξεύεται προς τα πάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 32 \text{ m/s}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = \sqrt{3}/5$

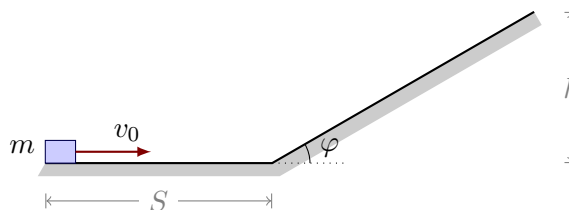
- (α') Να υπολογιστεί το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
 (β') Θα επιστρέψει το σώμα στη βάση;
 (γ') Αν ναι με τι ταχύτητα;

10. Ένα σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ Kg}$ αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από το ανώτερο σημείο λείου κεκλιμένου επιπέδου μήκους $S = 0,4 \text{ m}$ και γωνίας $\phi = 30^\circ$. Το σώμα, αφού διανύσει την απόσταση S φτάνει σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Να βρεθούν:



- (α') Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο.
 (β') Η απόσταση που θα διανύσει στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει.

11. Ένα σώμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$ ξεκινάει να κινείται με ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$ σε οριζόντιο επίπεδο μήκους $S = 0,4 \text{ m}$ και συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Το σώμα φτάνει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\phi = 30^\circ$ και συνεχίζει την κίνησή του. Θεωρούμε ότι η μετάβαση από το οριζόντιο στο κεκλιμένο γίνεται χωρίς απώλειες ενέργειας (ταχύτητας). Να βρεθούν:



- (α') Η επιτάχυνσή του (επιβράδυνση).
 (β') Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο κεκλιμένο επίπεδο.
 (γ') Το ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

12. Σώμα $m = 2 \text{ kg}$ ξεκινά να ανέρχεται από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου κλίσης θ με $\eta_{\theta} = 0,6$ και $\sigma_{\theta} = 0,8$ με επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 100 \text{ N}$. Αν $\mu = 0,1$ να βρεθούν:

- (α') Η δύναμη της τριβής.
 (β') Η επιβράδυνση του σώματος.

(γ') Η ταχύτητα του σώματος όταν αυτό έχει διανύσει 10m στο κεκλιμένο.

13. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 10$ Kg και $m_2 = 6$ Kg και είναι δεμένα με μη-εκτατό νήμα. Και τα δύο σώματα παρουσιάζουν τριβή με το δάπεδο με συντελεστή $\mu=0,2$ και το σώμα m_2 δέχεται δύναμη $F = 100$ N προς τα δεξιά όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθούν:

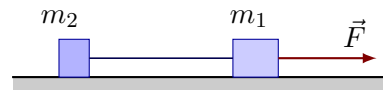


- (α') Οι τριβές που δέχονται τα δύο σώματα.
 (β') Η επιτάχυνση των σωμάτων.
 (γ') Η τάση του νήματος.

14. Σε σώμα $m = 5$ kg που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο ασκείται δύναμη μέτρου $F = 30$ N που σχηματίζει $\theta = 45^\circ$ προς τα πάνω με το οριζόντιο επίπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu = 0,2$ και η F ασκείται για $t = 3$ s και μετά καταργείται να βρεθούν:

- (α') Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που καταργείται η δύναμη.
 (β') Ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος μέχρι να σταματήσει.
 (γ') Να γίνουν τα διαγράμματα $v(t)$ και $a(t)$.

15. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 4$ Kg και $m_2 = 6$ Kg αντίστοιχα και είναι συνδεδεμένα με αβαρές μη εκτατό νήμα. Μια σταθερή οριζόντια δύναμη F ασκείται στο σώμα m_1 και το σύστημα των δυο σωμάτων μετακινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v = 10$ m/s.



Καθ' όλη την διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων το νήμα είναι τεντωμένο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου σωμάτων είναι $\mu = 0,2$.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10$ m/s² και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε

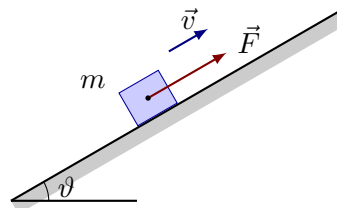
- (α') τη δύναμη τριβής που ασκείται σε κάθε σώμα,
 (β') την τάση του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα,
 (γ') Κάποια στιγμή, το νήμα που συνδέει τα σώματα κόβεται ενώ η δύναμη F εξακολουθεί να ασκείται στο m_1 . Να υπολογίσετε τον λόγο των ταχυτήτων v_1/v_2 των δύο σωμάτων 2 δευτερόλεπτα μετά τη κοπή του νήματος.

16. Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 20$ kg. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη \vec{F} μέτρου 50 N. Τη χρονική στιγμή $t = 4$ s η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με $v = 2$ m/s και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά.

Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s². Να υπολογίσετε:

- (α') την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο,
 (β') τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου,
 (γ') την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης F ,
 (δ') το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι να σταματήσει.

17. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m και κινείται με σταθερή ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$ σε κεκλιμένο με γωνία κλίσης $\varphi = 30^\circ$, όταν δέχεται σταθερή δύναμη $F = 30 \text{ N}$ παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής (στατικής και ολίσθησης) μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



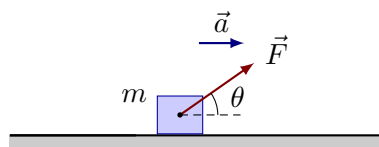
Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

- (α') τη μάζα του σώματος,
 (β') τη δύναμη τριβής που ασκείται στο σώμα.

Κάποια στιγμή η δύναμη F παύει να ασκείται και το σώμα συνεχίζει την κίνησή του στο κεκλιμένο επίπεδο.

- (γ') Να υπολογίσετε τον χρόνο και το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
 (δ') Να εξετάσετε αν το σώμα θα κινηθεί προς τη βάση του επιπέδου.

18. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα $m = 5 \text{ kg}$ και κινείται σε οριζόντιο επίπεδο όταν δέχεται σταθερή δύναμη $F = 50 \text{ N}$ που σχηματίζει γωνία θ με τον οριζόντιο, όπου $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$. Ο συντελεστής τριβής (στατικής και ολίσθησης) μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu = 0,5$.



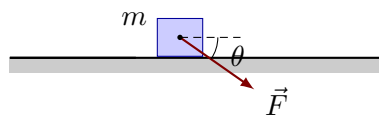
Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- (α') Να υπολογίσετε την τριβή που δέχεται το σώμα.
 (β') Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή t_1 που έχει διανύσει διάστημα $s = 12 \text{ m}$.

Την στιγμή t_1 η δύναμη F παύει να ασκείται και το σώμα συνεχίζει την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο.

- (γ') Να υπολογίσετε τον χρόνο και το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.

19. Σώμα μάζας $m = 10 \text{ kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής (στατικής και ολίσθησης) $\mu = 0,5$. Το σώμα δέχεται δύναμη \vec{F} πλάγια προς τα κάτω, που σχηματίζει γωνία θ με τον οριζόντιο, όπου $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$.



Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- (α') Να υπολογίσετε την μέγιστη τιμή της δύναμης \vec{F} που μπορεί να δέχεται το σώμα χωρίς να κινηθεί.

Την στιγμή $t_0 = 0$ η δύναμη \vec{F} αποκτά μέτρο $F = 100 \text{ N}$ και το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο.

- (β') Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή t_1 που έχει διανύσει διάστημα $s = 10 \text{ m}$.

Την στιγμή t_1 η δύναμη F παύει να ασκείται και το σώμα συνεχίζει την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο.

(γ') Να υπολογίσετε τον χρόνο και το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.