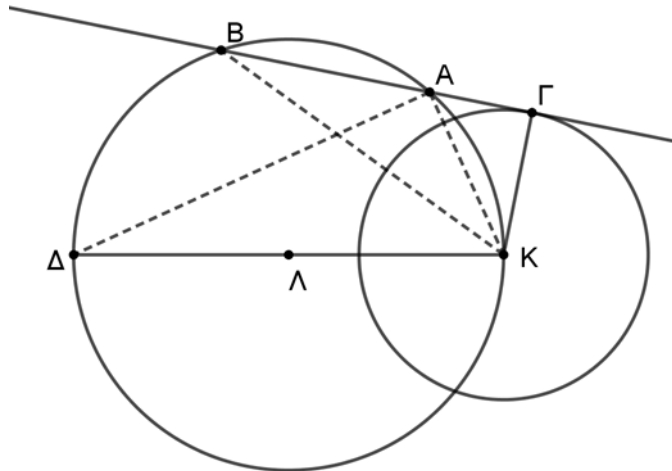


Θ1) Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Λ και ακτίνα $R = 10$, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο K και ακτίνα $\rho = 6$. Η εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο του Γ τέμνει τον κύκλο (Λ, R) στα σημεία A και B . Η προέκταση της $K\Lambda$ προς το Λ τέμνει τον κύκλο (Λ, R) στο σημείο Δ .



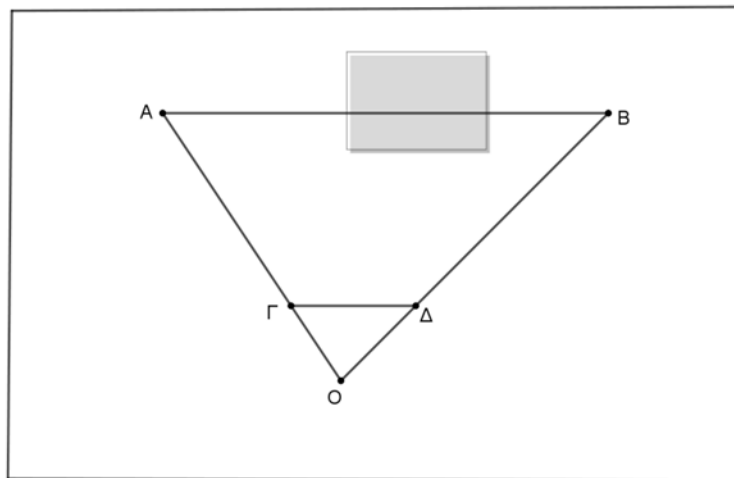
Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα $K\Gamma B$ και $K\Lambda\Delta$ είναι όμοια.
- ii. $KA \cdot KB = 120$
- iii. Αν είναι $KB = 15$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΓΚ$.

Θ2) Οι μαθητές θέλοντας να μετρήσουν την απόσταση των σημείων A και B στην αυλή του σχολείου τους μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα κτίσμα και η απευθείας μέτρηση του μήκους AB είναι αδύνατη, εργάστηκαν ως εξής. Στην αυλή τους επέλεξαν σημείο O ώστε η μέτρηση των τμημάτων OA και OB να είναι εφικτή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μέτρησαν και βρήκαν $OA = 20m$ και $OB = 30m$. Στις OA και OB πήραν σημεία Γ και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε $OG = 2m$ και $OD = 3m$.

Να αποδείξετε ότι:

- i. η $\Gamma\Delta$ είναι παράλληλη με την AB ,
- ii. τα τρίγωνα $O\Gamma\Delta$ και OAB είναι όμοια.
- iii. Ένας από τους μαθητές υποστηρίζει ότι μπορούν να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων A και B αν γνωρίζουν την απόσταση των δύο σημείων Γ και Δ . Είναι ο ισχυρισμός του μαθητή αληθής; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



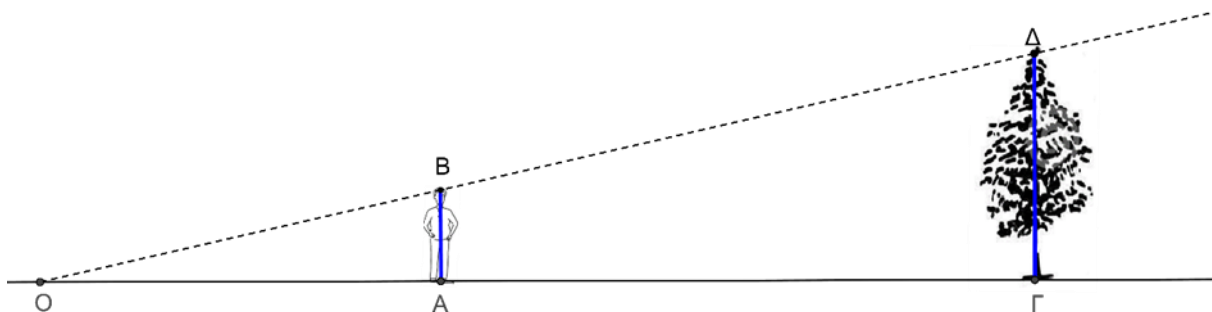
Θ3) Για να βρει το ύψος ενός δέντρου, ένας μαθητής ύψους $1,60\text{ m}$ σκέφτηκε να μετρήσει το μήκος της σκιάς του δέντρου και το μήκος της δικιάς του σκιάς πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάποια χρονική στιγμή μιας ηλιόλουστης ημέρας. Στέκεται σε θέση έτσι ώστε, η άκρη της σκιάς του να συμπίπτει με την άκρη της σκιάς του δέντρου. Ο μαθητής μετράει και βρίσκει ότι η σκιά του έχει μήκος $2m$ και η σκιά του δέντρου ότι έχει μήκος $5m$.

ΘΕΜΑΤΑ στην ομοιότητα επίπεδων σχημάτων

Στο σχέδιο που ακολουθεί, τα τμήματα OA και OG , με κοινό άκρο O , αναπαριστούν τα μήκη των σκιών του μαθητή και του δέντρου αντίστοιχα και έχουν τον ίδιο φορέα OG , τα δε τμήματα AB και $\Gamma\Delta$ αναπαριστούν τα αντίστοιχα ύψη μαθητή και δέντρου και θεωρούνται κάθετα στην OG .

- i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AOB και ΓOD είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

- ii. Να βρείτε το ύψος του δέντρου.



- iii. Μπορεί ο μαθητής να χρησιμοποιήσει την ίδια μέθοδο για να μετρήσει το ύψος του ίδιου δέντρου μια άλλη ώρα της ημέρας; Ποια από τα αρχικά δεδομένα του προβλήματος θα άλλαζαν στην περίπτωση αυτή; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(σημειώνεται ότι τα σχέδια δεν έχουν γίνει υπό κλίμακα)