

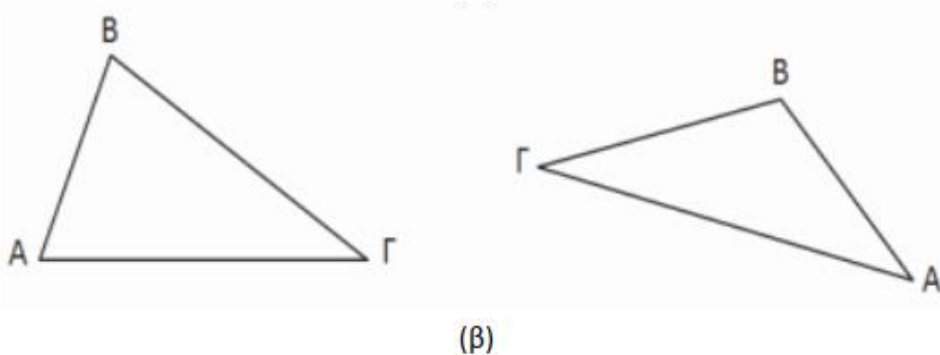
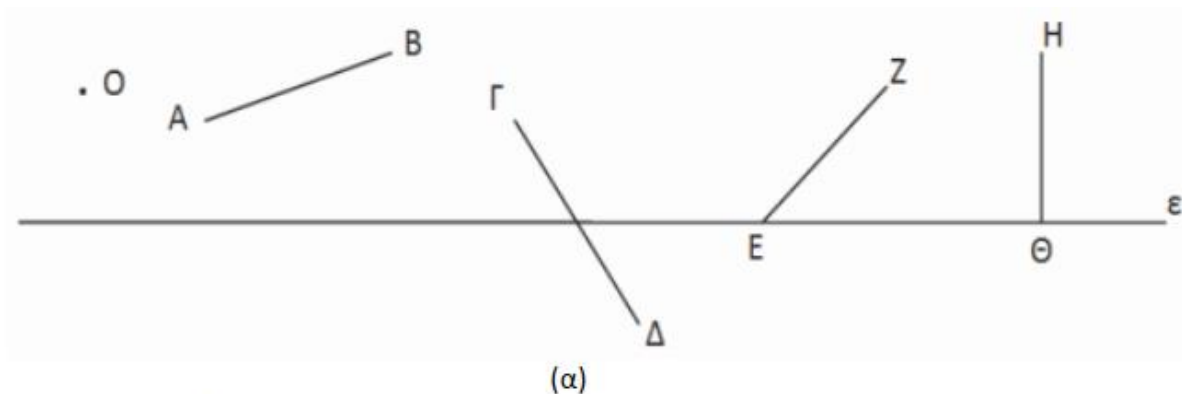
Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 1:

Να κατασκευάσετε ορθές προβολές

α) του Ο, των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ στην ευθεία ε, και

β) της ΑΒ πάνω στην ΒΓ



Κατασκευή 2:

Να κατασκευάσετε τους αριθμούς

α) $\sqrt{2}$, β) $\sqrt[4]{2}$ και γ) $\sqrt[8]{2}$

Κατασκευή 3:

(α) Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη, τη μέση ανάλογο β, δύο ευθυγράμμων τμημάτων α και γ.

(β) Να βρείτε τη σχέση του μήκους ΑΔ του ύψους ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ (με $A=90^\circ$) με το γεωμετρικό μέσο των μηκών ΒΔ και ΔΓ.

(γ) Ποιο στοιχείο του τριγώνου είναι ο αριθμητικός μέσος των μηκών ΒΔ και ΔΓ;

(δ) Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος ή ίσος του γεωμετρικού μέσου.

(ε) Πότε ισχύει η ισότητα;

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 4:

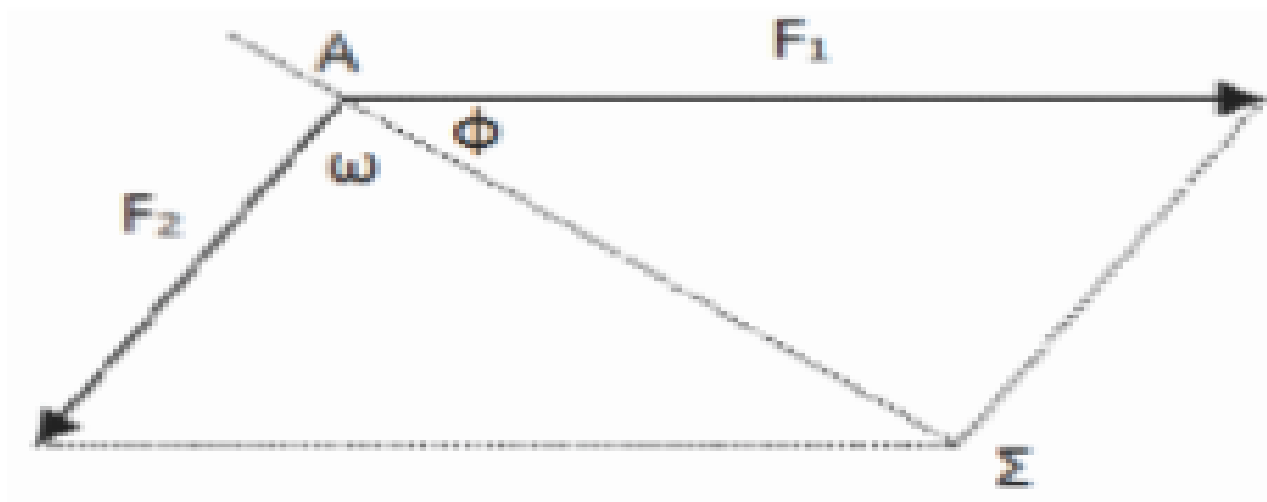
Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB . Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη τα τμήματα $\sqrt{2}AB$ και $\sqrt{3}AB$.

Κατασκευή 5:

Ένα πλοίο κινείται με κατεύθυνση από το A προς το Σ . Από τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση A και μέχρι την ολοκλήρωση της πορείας του, ασκούνται σε αυτό πλαγιομετωπικοί άνεμοι που το ωθούν με δύναμη μέτρου F_2 , που σχηματίζει γωνία ω με την επιθυμητή πορεία πλεύσης.

Ο καπετάνιος, προκειμένου να διατηρήσει σταθερή την πορεία, δίνει εντολή να στραφεί το πηδάλιο κατά ϕ μοίρες.

Εάν οι προπέλες ωθούν το πλοίο με σταθερή δύναμη μέτρου F_1 , μπορείτε να περιγράψετε έναν τρόπο με τον οποίο μπορεί να προσδιοριστεί η γωνία ϕ ;



Κατασκευή 6:

Να κατασκευάσετε τους αριθμούς με τρεις τρόπους :

α) $\sqrt{65}$ και β) $\sqrt{72}$

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 7:

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ (B γωνία αμβλεία) έχουμε $\beta=20$ και $\alpha=12$. Πόσο μπορεί να είναι το μήκος της πλευράς γ ;

Κατασκευή 8:

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε $\alpha = \sqrt{2}, \beta = 1 + \sqrt{3}, \gamma = 2$. Να υπολογισθεί το μέτρο της γωνίας A .

Κατασκευή 9:

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ (A =ορθή γωνία), η μία κάθετη πλευρά είναι τριπλάσια της άλλης κάθετης πλευράς.

Τι σχέση έχουν μεταξύ τους οι προβολές των καθέτων πλευρών στην υποτείνουσα;

Κατασκευή 10:

Έχουμε δύο ευθύγραμμα τμήματα α και β . Να κατασκευάσετε τα τμήματα:

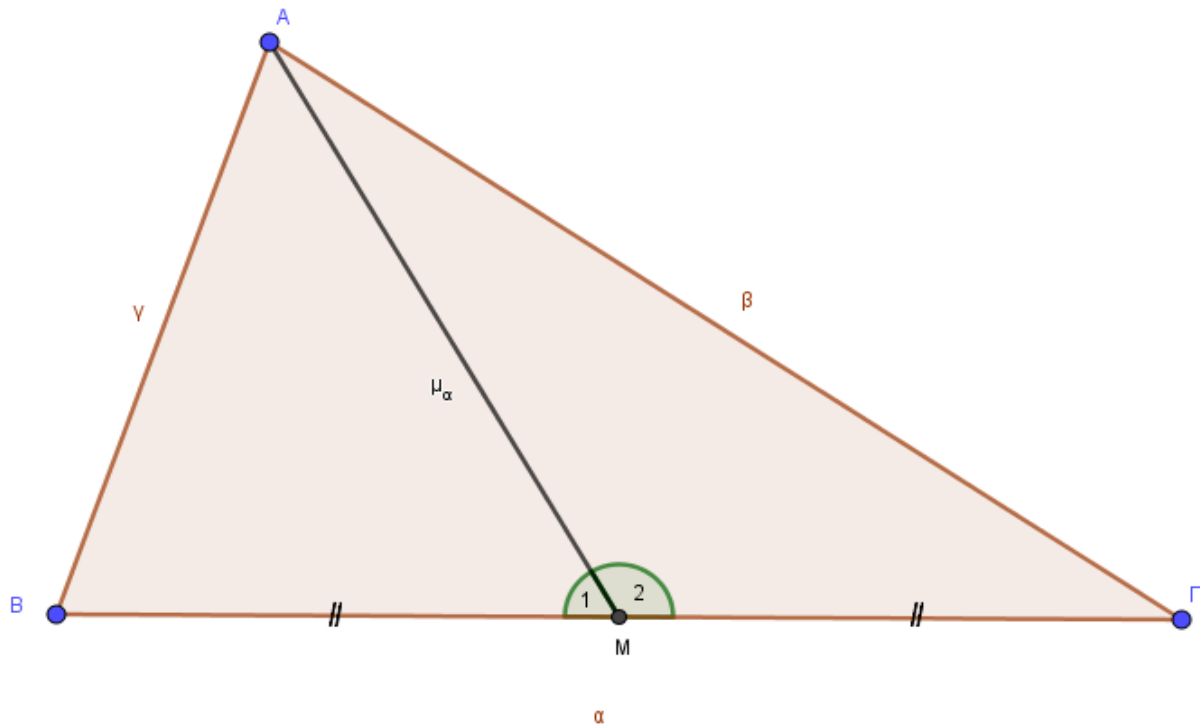
α) x το οποίο ισούται με $\alpha^2 + \alpha\beta$ και

β) y το οποίο ισούται με $\beta^2 + \alpha\beta$

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 11:

Το εικονιζόμενο τρίγωνο είναι τυχαίο, σκαληνό ($\beta > \gamma$) και οξυγώνιο, και έχουμε φέρει την διάμεσο $AM = \mu_\alpha$



(α) Να εφαρμόσετε το Γενικευμένο Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ABM για την πλευρά $AB = \gamma$.

(β) Να εφαρμόσετε το Γενικευμένο Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ABM για την πλευρά $AG = \beta$.

(γ) Προσθέστε κατά μέλη τις σχέσεις που προέκυψαν από τα ερωτήματα (α) και (β).

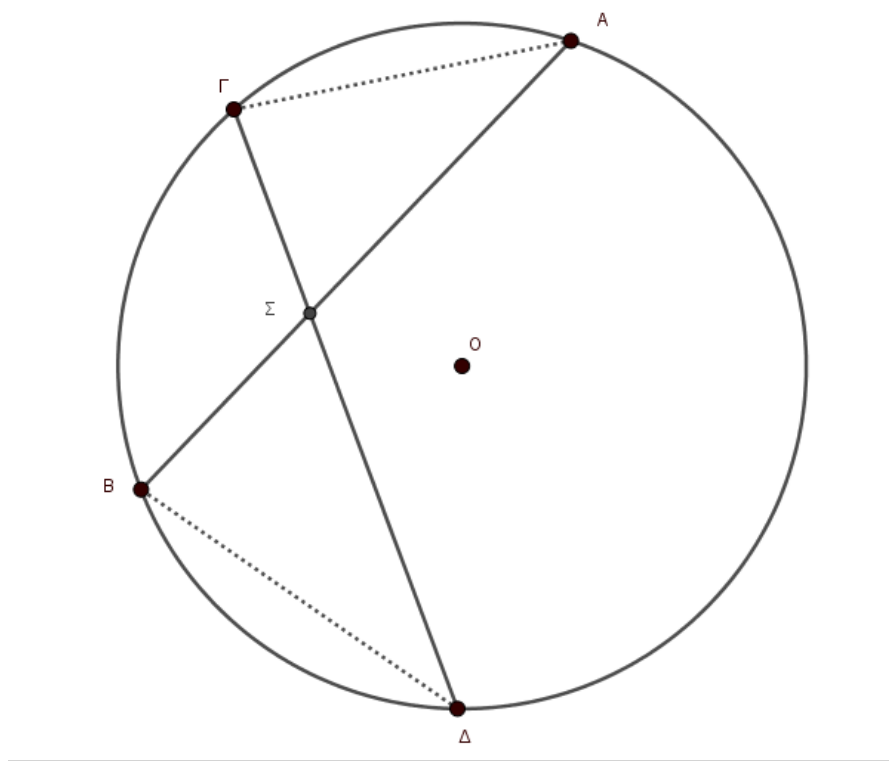
(δ) Αφαιρέστε κατά μέλη τις σχέσεις που προέκυψαν από τα ερωτήματα (α) και (β).

(ε) Διατυπώστε τα αποτελέσματα των ερωτημάτων (γ) και (δ).

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 12:

Στον εικονιζόμενο κύκλο έχουμε φέρει 2 τυχαίες χορδές του AB και $\Gamma\Delta$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο Σ .



(α) Να αποδείξετε πως τα τρίγωνα $\Sigma\Lambda\Gamma$ και $\Sigma\text{B}\Delta$ είναι ΟΜΟΙΑ μεταξύ τους.

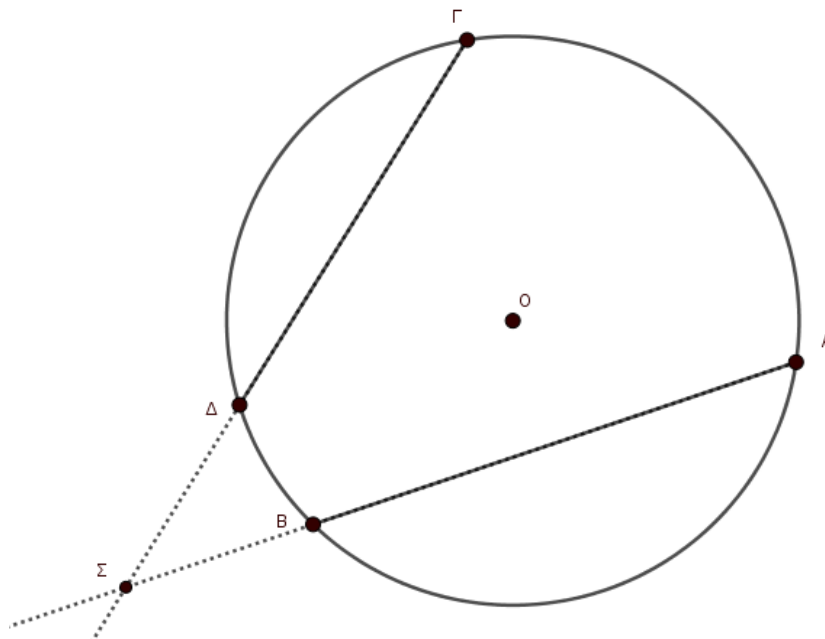
(β) Να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από αυτήν την ομοιότητα.

(γ) Μπορείτε να βγάλετε κάποιο συμπέρασμα για τις πλευρές ΣA , ΣB , $\Sigma\Gamma$, $\Sigma\Delta$;

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 13:

Στον εικονιζόμενο κύκλο έχουμε φέρει 2 τυχαίες χορδές του AB και $\Gamma\Delta$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο Σ (οι προεκτάσεις τους).



(α) Σχεδιάστε τα τρίγωνα $\Sigma\Delta A$ και $\Sigma B\Gamma$, και μετά να αποδείξετε πως είναι ΟΜΟΙΑ μεταξύ τους.

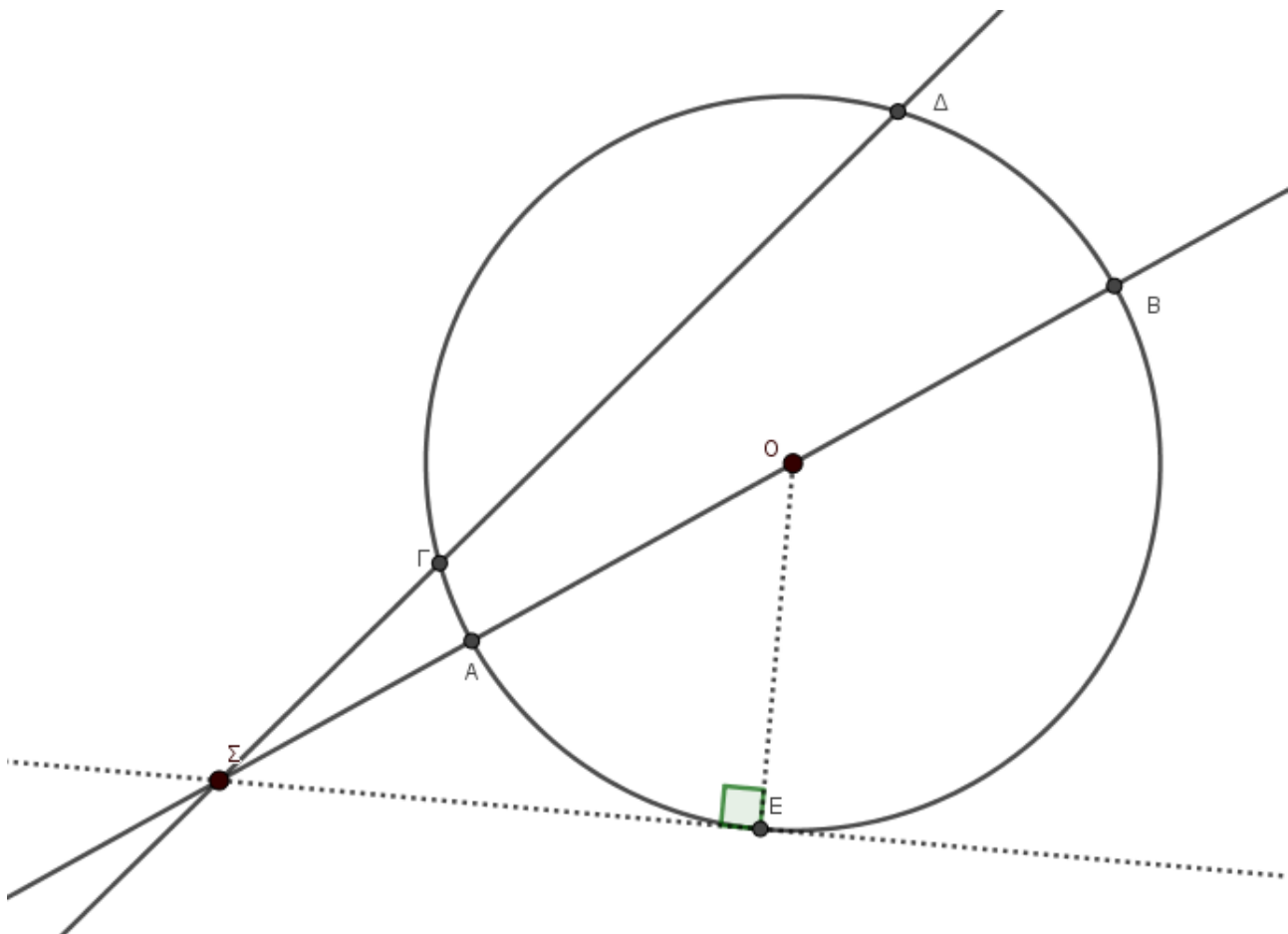
(β) Να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από αυτήν την ομοιότητα.

(γ) Μπορείτε να βγάλετε κάποιο συμπέρασμα για τις πλευρές ΣA , ΣB , $\Sigma\Gamma$, $\Sigma\Delta$;

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 14:

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε φέρει **2 τέμνουσες ευθείες** ενός κύκλου οι οποίες περνούν από το ίδιο σημείο και η μία εκ των δύο περνά και από το κέντρο του κύκλου . Επίσης έχουμε φέρει από το Σ και την **εφαπτομένη του ευθεία $\Sigma\epsilon$** .

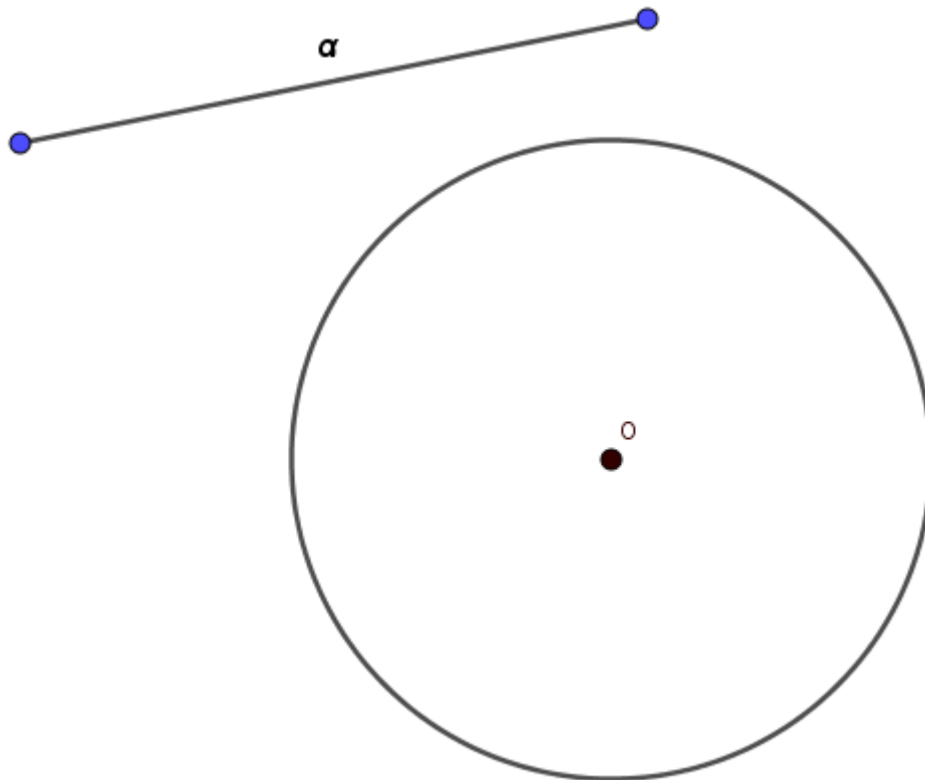


- (α) Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη δραστηριότητα, τι συμπεραίνετε;
- (β) Ορίζοντας το $\Sigma\text{Ο}=\delta$ και την ακτίνα του κύκλου ως ρ , **με τι ισούται το γινόμενο $\Sigma\Gamma.\Sigma\Delta$** ;
- (γ) Στο τρίγωνο ΣΕΟ διατυπώστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- (δ) Τι σχέση έχουν τα αποτελέσματα των προηγούμενων ερωτημάτων;

Κεφάλαιο 9ο (μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα- 15 κατασκευές)

Κατασκευή 15:

Έχουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα α και έναν κύκλο ακτίνας $\alpha/2$.



(β) Σε τυχαίο σημείο E του κύκλου κατασκευάστε την αντίστοιχη εφαπτομένη ευθεία (ϵ) του κύκλου.

(γ) Ορίστε ως Σ σημείο της (ϵ) τέτοιο ώστε $\Sigma E = \alpha$.

(δ) Χαράξτε την **ημιευθεία ΣO** η οποία τέμνει τον κύκλο σε σημεία A και B .

Επίσης να χαράξετε και μία άλλη **τυχαία ημιευθεία** με αρχή το Σ η οποία τέμνει τον κύκλο σε σημεία Γ και Δ .

(ε) **Αφού ορίσετε ως x το τμήμα ΣA** , εφαρμόστε το συμπέρασμα της προηγούμενης δραστηριότητας σχετικά με αυτές τις 2 ημιευθείες.

(στ) Επεξεργαστείτε αλγεβρικά την σχέση που προέκυψε από το ερώτημα (ε).