

ΑΝΑΛΥΣΗ-ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ-ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ του παντογράφου ομοιοθεσίας Christoff Scheiner)

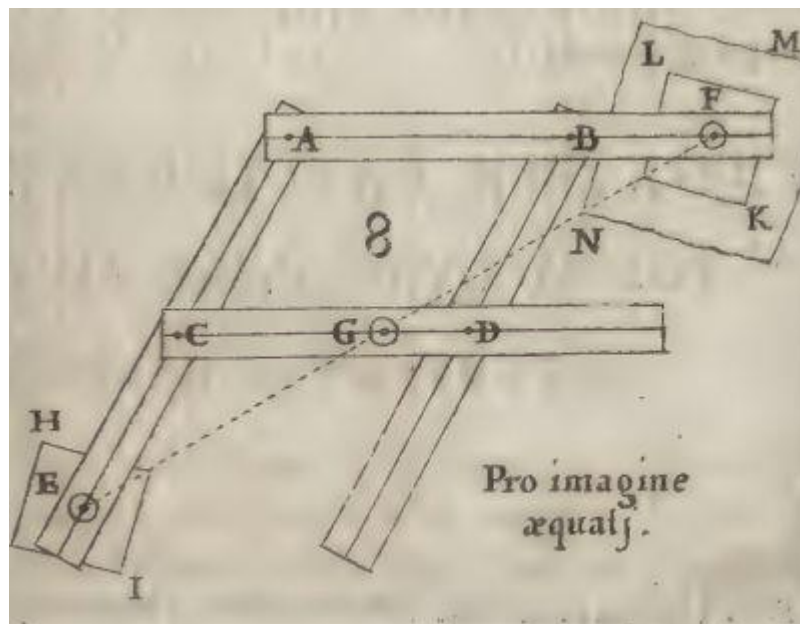
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....ΗΜΕΡ/ΝΙΑ.....

Ένα αρθρωτό σύστημα αποτελείται από σταθερούς-άκαμπτους ράβδους, που συνδέονται μεταξύ τους με αρθρώσεις (joints).

Οι **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ** είναι ιδιαίτεροι τύποι «αρθρωτών συστημάτων».

Είναι τεχνουργήματα (artefacts ή artifacts) που σχεδιάστηκαν-συνήθως από έναν μαθηματικό - έτσι ώστε τα αρθρωτά τους μέρη να κινούνται και να χαράσσουντας ευθείες ή καμπύλες γραμμές ή υπολογίζοντας τετραγωνικές και κυβικές ρίζες, ακολουθώντας κάποιον μαθηματικό νόμο.

Μελετώντας την μαθηματική μηχανή και την κίνησή της, προσπαθούμε να ανακαλύψουμε το νόμο που κρύβει.



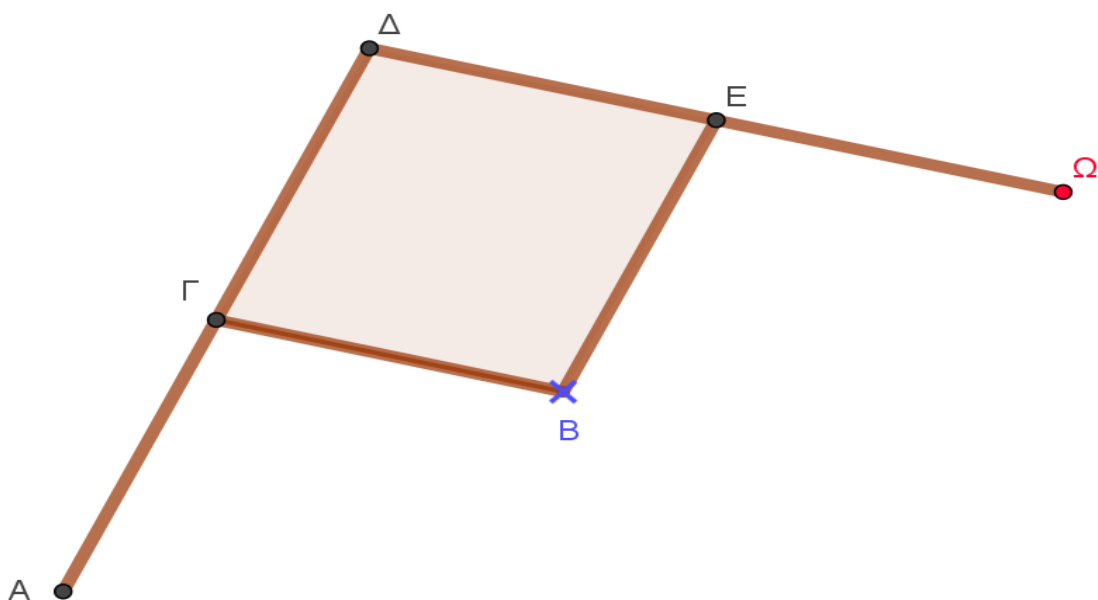
Το αρθρωτό σύστημα, που βλέπετε παραπάνω, είναι ο παντογράφος που κατασκεύασε ο του **Christoph Scheiner (1573-1650)**, μέσα από το σχετικό βιβλίο του, ο οποίος έζησε παράλληλα με τους **Galileo Galilei (1564-1642)** και **Bonaventura Cavalieri (1598-1647)**.

(Ερώτηση 1^η)

Στον μηχανισμό που έχετε μπροστά σας, αφού μετακινήσετε τον μολύβι **B** σχεδιάζοντας ένα σχήμα, **να περιγράψετε** αυτόν τον μηχανισμό με όση ακρίβεια μπορείτε.

Συγκεκριμένα να περιγραφούν τα **μέλη** του μηχανισμού και ο τρόπος **άρθρωσης** τους.

(Για μια πιο εύκολη περιγραφή, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα γράμματα της παρακάτω εικόνας).



(Ερώτηση 2^η)

- I. Να **απαριθμηθούν** και μετά να **περιγραφούν** όλες οι αρθρώσεις του μηχανισμού καθώς εσείς μετακινείτε το μολύβι στο B .
- II. Στη συνέχεια να παρατηρήσετε **από πόσους παράγοντες επηρεάζεται η κίνηση του παντογράφου μηχανής**.

(Αν ένας μόνο παράγοντας καθορίζει την κίνηση της μηχανής, λέμε ότι η μηχανή έχει 1 βαθμό ελευθερίας. Σε άλλες περιπτώσεις έχει 2,3,... βαθμούς ελευθερίας.

- III. Τελικά, πόσους βαθμούς ελευθερίας έχει αυτός ο μηχανισμός;

(Ερώτηση 3^η)

Παρατηρώντας προσεκτικά τον μηχανισμό αυτό και αφού κάνετε κάποιες μετρήσεις, να τον σχεδιάσετε χρησιμοποιώντας ΧΑΡΑΚΑ & ΔΙΑΒΗΤΗ.

(Η διαδικασία αυτή καλείται «μονογραμμική απεικόνιση»).

Στη συνέχεια, να περιγράψετε τα διαδοχικά βήματα της σχεδίασης που κάνατε...

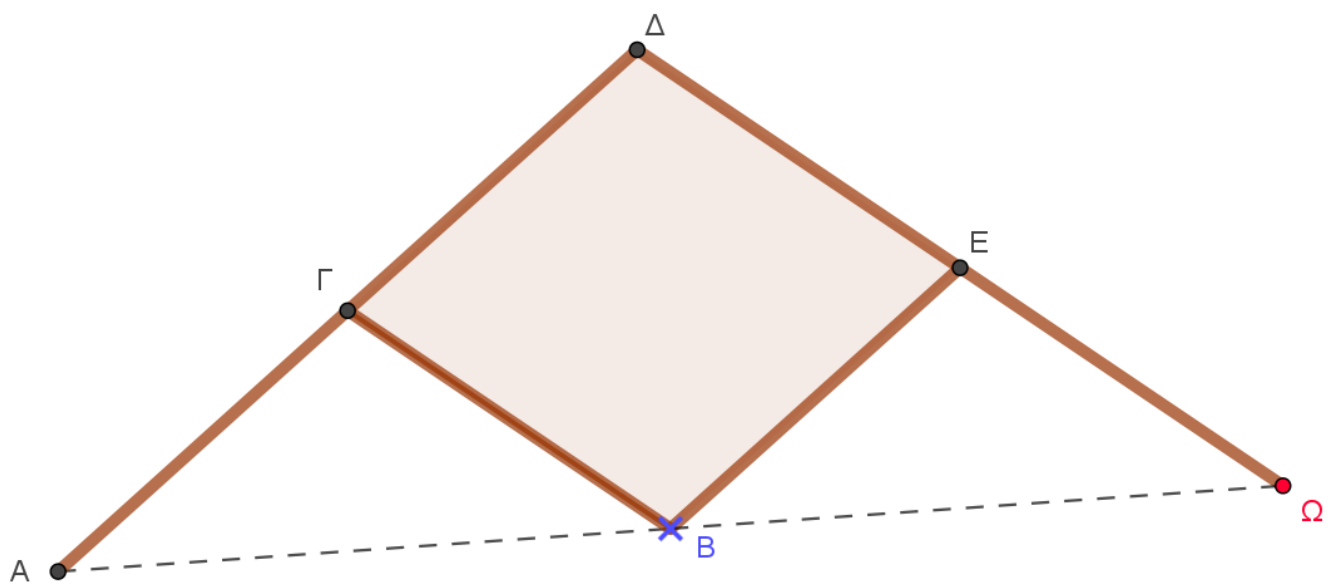
(Ερώτηση 4^η)

Το τετράπλευρο $BΓΔΕ$ σε ποια κατηγορία θεωρείτε πως ανήκει και γιατί;

Στη συνέχεια να διατυπώσετε όποιες ιδιότητες έχει αυτό το τετράπλευρο.

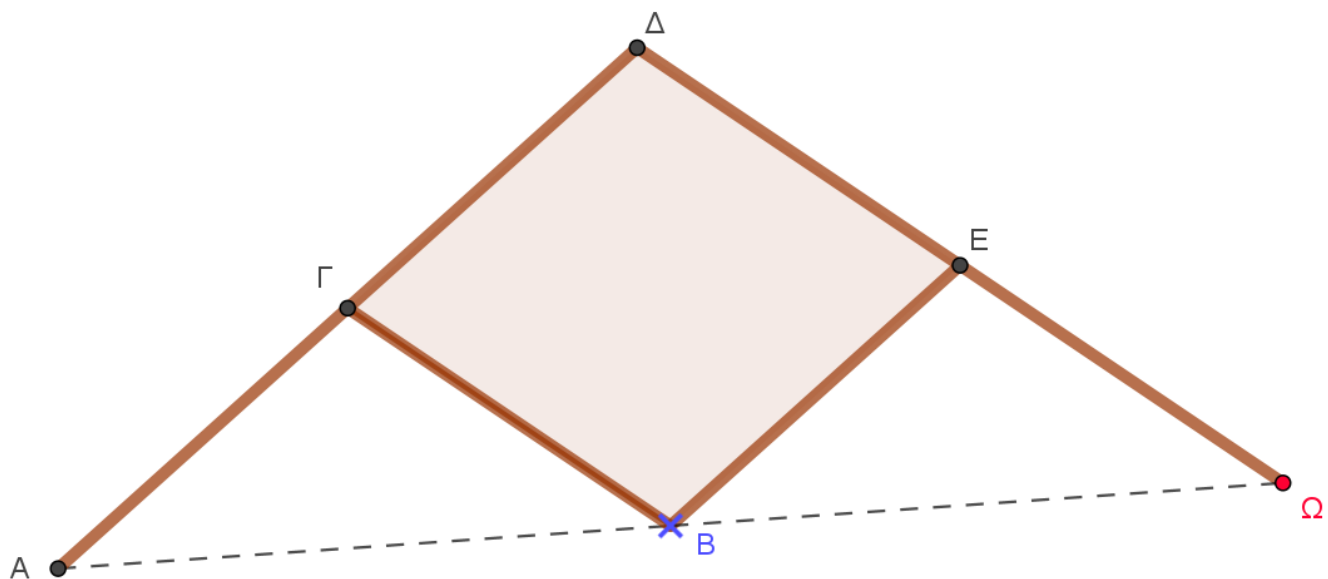
(Ερώτηση 5^η)

Τα τρίγωνα $ABΓ$ και $BEΩ$ τι σχέση έχουν μεταξύ τους και γιατί;



(Ερώτηση 6^η)

Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Ω είναι συνευθειακά.



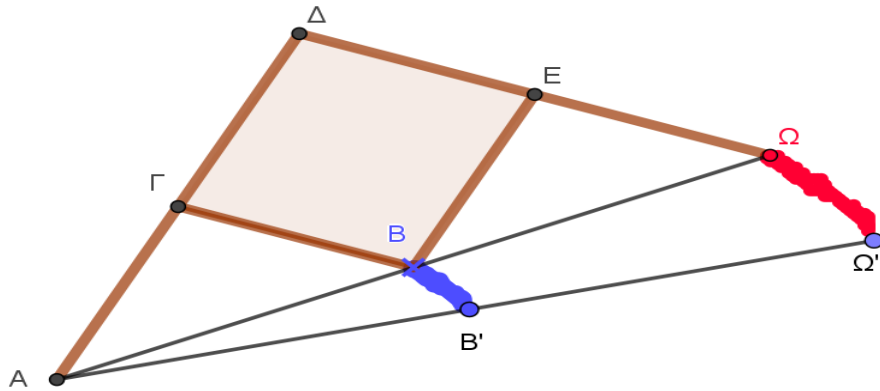
(Ερώτηση 7^η)

Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\Omega$ είναι όμοια μεταξύ τους και γιατί;

Εάν είναι όμοια, να γράψετε την σχετική αναλογία των πλευρών τους και να υπολογισθεί ο λόγος ομοιότητας τους.

(Ερώτηση 8^η)

Μετακινώντας ευθύγραμμο το μολύβι B (είσοδος μηχανισμού) μέχρι την θέση B', μετακινείται και το μολύβι Ω σχεδιάζονται τα τμήματα BB' και ΩΩ'.



Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABB' και $AΩΩ'$ είναι όμοια μεταξύ τους και μετά να γράψετε την σχετική αναλογία για τις πλευρές των δύο τριγώνων.

Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα τμήματα BB' και $ΩΩ'$;

Είναι αυτά τα τμήματα παράλληλα και γιατί;

(Ερώτηση 9^η)

Θεωρώντας ότι κάθε σχήμα που χαράσσεται από το μολύβι (είσοδος μηχανισμού) και κάθε σχήμα που χαράσσεται ταυτοχρόνως από το μολύβι στο Ω (έξοδος μηχανισμού), αποτελείται από τέτοια πολύ-πολύ μικρά ευθύγραμμα τμήματα BB' και $\Omega\Omega'$, τι συμπέρασμα βγάζετε για τα δύο σχήματα που χαράσσονται;

(να διατυπώσετε συμπεράσματα (α) για τα 2 σχήματα, (β) για τις πλευρές τους, (γ) για τις γωνίες τους)

(Ερώτηση 10^η)

- I. Ανοίξτε το αρχείο **“Scheiner 1. ggb”** το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια του Η.Υ, και αποτελεί μία προσομοίωση του μηχανήματος.
- II. Μετακινείτε το σημείο B (κρατώντας σταθερό το αριστερό κουμπί του ποντικιού) έτσι ώστε να σχεδιάσετε μία «καρδούλα»..
- III. Τι παρατηρείτε;

(Ερώτηση 11^η)

Σχεδιάστε με το ένα εκ των δύο μολυβιών του παντογράφου, ένα σχήμα. Τι παρατηρείτε για το σχήμα που χαράσσει το άλλο μολυβί;

2

(Ερώτηση 12^η)

Προσπαθήστε να κατασκευάσετε έναν τέτοιο παντογράφο, χρησιμοποιώντας υλικά και εργαλεία του Εργαστηρίου μας (και με την επίβλεψη κάποιου εκπαιδευτικού).

Αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή, να περιγράψετε «βήμα-βήμα» το τι κάνατε...

(Ερώτηση 13^η)

Προσπαθήστε να κατασκευάσετε την προσομοίωση του παντογράφου μας, χρησιμοποιώντας το λογισμικό GeoGebra.

Αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή, να περιγράψετε «βήμα-βήμα» το τι κάνατε...

(Ερώτηση 14^η)

Να σχολιάσετε τις διαφορές των 3 κατασκευών του παντογράφου (σχέδιο στο χαρτί, κατασκευή με φυσικά υλικά, κατασκευή προσομοίωσης)...