

Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

1. Ως διάνυσμα μπορεί να θεωρηθεί ένα ευθύγραμμο τμήμα
2. Η απόσταση μεταξύ των άκρων ενός διανύσματος ταυτίζεται με του διανύσματος.
3. Τα διανύσματα με αντίθετη κατεύθυνση, έχουν ορισθεί ως
4. Εάν Μ είναι το μέσον ενός διανύσματος $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$, τότε.....
5. Εάν φ είναι η γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, τότε η φ ανήκει στο διάστημα
.....
6. Εάν φ είναι η γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, και $\vec{\alpha} \downarrow \downarrow \vec{\beta}$, τότε $\varphi = \dots\dots\dots$
7. Εάν φ είναι η γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, και $\vec{\alpha} \downarrow \uparrow \vec{\beta}$, τότε $\varphi = \dots\dots\dots$

Να χαρακτηρισθούν ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ οι παρακάτω προτάσεις

- | | | |
|---|---|---|
| 8. $ \vec{\alpha} \neq -\vec{\alpha} $ | Σ | Λ |
| 9. $ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} $ | Σ | Λ |
| 10. Τα $\overrightarrow{AM}$ και $\overrightarrow{AB}$ είναι διαδοχικά διανύσματα. | Σ | Λ |
| 11. $\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AG}$ | Σ | Λ |
| 12. $\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{KG} - \overrightarrow{KA}$ | Σ | Λ |
| 13. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{\Gamma B} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{\Gamma M}$ | Σ | Λ |

14. $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GK} + \overrightarrow{EZ} + \overrightarrow{KE} + \overrightarrow{ZA}$ Σ Λ

15. $|\vec{\alpha} - \vec{\beta} + \vec{\gamma}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}| + |\vec{\gamma}|$ Σ Λ

16. Εάν φ είναι η γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, τότε η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $-\vec{\beta}$ είναι παραπληρωματική της γωνίας φ . Σ Λ

17. Εάν φ είναι η γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, τότε η γωνία των διανυσμάτων $-\vec{\alpha}$ και $-\vec{\beta}$ είναι επίσης ίση με φ . Σ Λ

18. Για να δείξουμε ότι ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο, αρκεί να δείξουμε ότι δυο απέναντι πλευρές του αντιστοιχούν σε ίσα διανύσματα. Σ Λ

19. Για να δείξουμε ότι ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο, αρκεί να δείξουμε ότι δυο απέναντι πλευρές του αντιστοιχούν σε αντίθετα διανύσματα; Σ Λ

20. Δύο διανύσματα με μέτρο 1, είναι ίσα μεταξύ τους. Σ Λ

21. ΑΣΚΗΣΗ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗΣ

(α)	$\vec{BG} - \vec{BA}$	(1)	$\mathbf{0}$
(β)	$\vec{BA} + \vec{AB}$	(2)	$\vec{0}$
(γ)	$ \vec{AB} + \vec{BA} $	(3)	$\vec{AG}$
(δ)	$ \vec{AB} $	(4)	$\vec{GB} - \vec{GA}$
(ε)	$\vec{AM} + \vec{MB}$	(5)	$ \vec{BA} $
		(6)	$\vec{GA}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 22.** Σε ένα επίπεδο έχουμε πέντε σημεία A, B, Γ, Δ, E τα οποία δεν είναι (ανά τρία) συνευθειακά. Εάν ισχύει ότι $\overrightarrow{A\Delta} - \overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{\Delta E} - \overrightarrow{\Delta \Gamma}$, τότε να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.
- 23.** Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, με τι ισούται το άθροισμα $\overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{\Gamma\Delta}$;
- 24.** Με τι ισούνται οι παρακάτω πράξεις μεταξύ διανυσμάτων:
- (α) $\overrightarrow{B\Gamma} - \overrightarrow{B\Delta}$ (β) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$ (γ) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}|$ (δ) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$
- 25.** Εάν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma B}$, τότε τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα σημεία A και Γ ;
- 26.** Εάν $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{AE}$, όπου τα σημεία A, B, Γ, E διαφορετικά μεταξύ τους και ομοεπίπεδα, τότε τι ισχύει για το τετράπλευρο $ABE\Gamma$;
- 27.** Εάν ισχύει $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$, τότε τι συμπεραίνετε για αυτά τα διανύσματα;
- 28.** Εάν το σημείο M είναι το μέσο τμήματος AB , τότε με τι ισούται το άθροισμα $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$;
- 29.** Τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AM}$ είναι διαδοχικά;
- 30.** Τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ είναι διαδοχικά;
- 31.** Ισχύει η ισότητα : $\overrightarrow{B\Gamma} - \overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{K\Gamma} - \overrightarrow{K\Delta}$;
- 32.** Ισχύει η ισότητα : $\overrightarrow{B\Gamma} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{GP}$;
- 33.** Ισχύει η ισότητα : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GM}$;
- 34.** Σε κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, ισχύει η ισότητα: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma}| = |\overrightarrow{A\Delta} - \overrightarrow{\Gamma\Delta}|$;
- 35.** Εάν $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 7$, και $|\vec{\gamma}| = 6$, τότε να αποδειχθεί ότι $|\vec{\alpha} - \vec{\beta} - \vec{\gamma}| \leq 13$, και στη συνέχεια να αποδειχθεί ότι $|\vec{\alpha} - \vec{\gamma}| \geq 3$.
- 36.** Εάν για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει ότι $|\vec{\alpha}| = 3|\vec{\beta}| = 6$ και $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 8$, τότε να αποδειχθεί ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.

37. Εάν για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| + 2$ και $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \leq 2$, τότε να αποδειχθεί ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι αντίρροπα.

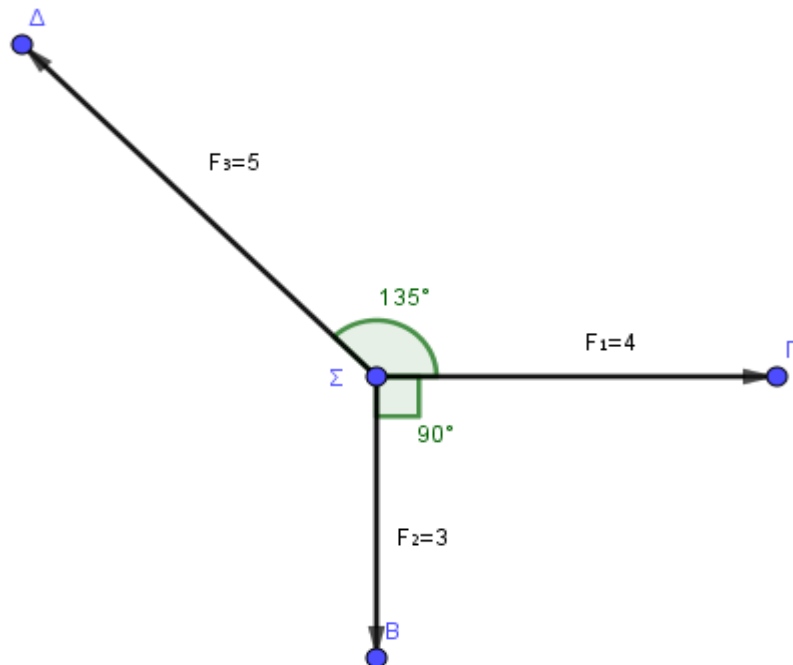
38. Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και φέρουμε τις 2 διαγωνίους του οι οποίες τέμνονται στο K . Στη συνέχεια ορίζουμε ως M και N τα μέσα των πλευρών AB και $\Delta\Gamma$. Να αποδειχθεί ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{KM}$ και $\overrightarrow{KN}$ είναι αντίθετα.

39. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$. Αν M και N είναι τα μέσα των μη παραλλήλων πλευρών του. Να αποδειχθεί ότι το διάνυσμα $\overrightarrow{MN}$ είναι παράλληλο προς τις βάσεις του τραπεζίου.

40. Να αποδειχθεί ότι σε κάθε πεντάγωνο $AB\Gamma\Delta E$ ισχύει $\overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma B} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} = \overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{\Gamma E} + \overrightarrow{EB}$.

41. Έστω O, A, B, Γ, Δ πέντε τυχαία σημεία ενός επιπέδου. Να αποδειχθεί ότι ισχύει η επόμενη ισοδυναμία: «το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{O\Gamma} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{O\Delta}$ »

42. Να εξετάσετε εάν το σώμα Σ θα κινηθεί ή θα μείνει ακίνητο, εάν ασκηθούν πάνω του οι εικονιζόμενες δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$.



43.(ΘΕΜΑ 2^ο _ από την Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{A'\Gamma'}$.



α) Να εξηγήσετε γιατί:

(i) το μήκος της πλευράς BA είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $B'A'$ και

(ii) το μήκος της πλευράς $A\Gamma$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $A'\Gamma'$.

β) i. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{B\Gamma} = \overrightarrow{B'\Gamma'}$.

ii. Να εξηγήσετε γιατί το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $B'\Gamma'$.

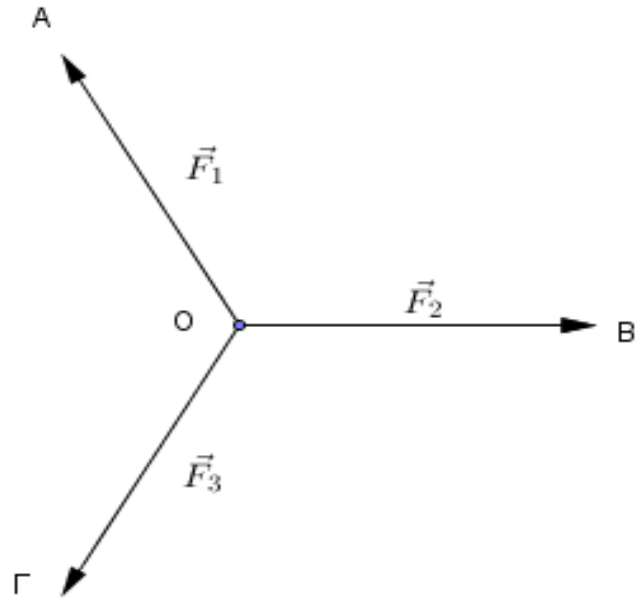
γ) Θα μπορούσε η ακόλουθη πρόταση να ήταν κριτήριο ισότητας τριγώνων;

«Αν για δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ ισχύει $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{A'\Gamma'}$, τότε τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

44.(ΘΕΜΑ 4^ο _ από την Τράπεζα Θεμάτων)

Σε ένα υλικό σημείο O εφαρμόζονται τρεις δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο γωνία 120° , έτσι ώστε το υλικό σημείο O να ισορροπεί.



- α) Ποια σχέση ανάμεσα στα διανύσματα $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ εκφράζει την συνθήκη ισορροπίας;
- β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ είναι αντίθετα.

γ) Αν A, B, Γ, Δ είναι τα πέρατα των διανυσμάτων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ και $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$, αντίστοιχα (θεωρούμενων ως διανυσμάτων με αρχή το σημείο O), τότε να αποδείξετε ότι:

i. $\widehat{AO\Delta} = \widehat{BO\Delta} = 60^\circ$.

ii. $\widehat{O\Delta B} = 60^\circ$.

δ) Να αποδείξετε ότι: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$.