ΘΕΜΑ 4ο **(α΄ περίπτωση)**

Δίνεται το τριώνυμο: $x^{2}-2​λx+4λ+5$, με παράμετρο $λ\in R$.

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $Δ=4λ^{2}-16​λ-20$. (Μονάδες 05)

β) Θεωρούμε την συνάρτηση , που είναι ορισμένη στο $R$ με τύπο:

 $f(x)=x^{2}-2​λx+4λ+5$. Στο καθένα από τα επόμενα σχήματα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου $λ$.

i. Για τα δύο πρώτα σχήματα δίνεται ότι η παράμετρος $λ\in \{-2,4\}$. Να βρείτε σε ποια

τιμή του $λ$ αντιστοιχεί το καθένα από τα σχήματα αυτά, δικαιολογώντας την απάντηση σας. (Μονάδες 10)

ii. Για το σχήμα 3 να βρείτε τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει η παράμετρος $λ\in R$, δικαιολογώντας την απάντηση σας. (Μονάδες 10)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Σχήμα 1 | Σχήμα 2 | Σχήμα 3 |

ΘΕΜΑ 4ο **(β΄ περίπτωση)** Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{9-x^{2}}}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f$. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της $C\_{f}$ της συνάρτησης $f $με τους άξονες. (Μονάδες 7)

γ) Αν Α και Β είναι τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της $f$ με τους άξονες $x^{'}x$ και $y^{'}y$ **αντίστοιχα**, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από τα Α και Β. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4ο **(γ΄ περίπτωση)**

Δίνεται η συνάρτηση $f$, με $f(x)=\left\{\begin{matrix}-x+2,  αν  x<0\\ x+2,  αν  x\geq 0\end{matrix}\right.$

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης $C\_{f}$ της $f$ με τον άξονα $y^{'}y$. (Μονάδες 3)

β) Να χαράξετε τη $C\_{f}$ και την ευθεία $y=3$, και στη συνέχεια να εκτιμήσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής τους. (Μονάδες 5)

γ) Nα εξετάσετε αν τα σημεία αυτά είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $y^{'}y$. Να
αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 4)

δ) Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού $α$, η ευθεία $y=α$ τέμνει τη $C\_{f}$ σε δυο σημεία; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

ε) Για τις τιμές του $α$ που βρήκατε στο ερώτημα (γi), να προσδιορίσετε αλγεβρικά τα σημεία τομής της $C\_{f}$ με την ευθεία $y=α$ και να εξετάσετε αν ισχύουν τα συμπεράσματα του ερωτήματος (βii), αιτιολογώντας τον ισχυρισμό σας. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4ο **(δ΄ περίπτωση)**

Δίνονται η συνάρτηση $f(x)=x^{2}+x+1$, $x\in R$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση $C\_{f}$ της συνάρτησης $f$ δεν τέμνει τον
άξονα $x^{'}x$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της $C\_{f}$ που βρίσκονται κάτω από την
ευθεία $y=2x+3$. (Μονάδες 10)

γ) Έστω $Μ(x,y)$ σημείο της $C\_{f}$. Αν για την τετμημένη $x$ του σημείου $Μ$ ισχύει:
$\left|2x-1\right|<3$, τότε να δείξετε ότι το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από την
ευθεία $y=2x+3$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4ο **(ε΄ περίπτωση)** Δίνονται οι συναρτήσεις:

$f(x)=x^{2}-4x+α$ και $g(x)=αx-5$, με $α\in R$.

α) Αν ισχύει $f(2)=g(2)$, να βρείτε την τιμή του $α$. (Μονάδες 7)

β) Για $α=1$, (i) να λύσετε την εξίσωση: $f(x)=g(x)$. (Μονάδες 8)

(ii) να λύσετε την ανίσωση: $f(x)\geq g(x)$ και, με τη βοήθεια αυτής, να λύσετε
την εξίσωση: $\left|f(x)-g(x)\right|=f(x)-g(x)$. (Μονάδες 5 + 5 =10)