ΘΕΜΑ 4ο **(α΄ περίπτωση)**

Δίνεται το τριώνυμο: , με παράμετρο .

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι . (Μονάδες 05)

β) Θεωρούμε την συνάρτηση , που είναι ορισμένη στο με τύπο:

. Στο καθένα από τα επόμενα σχήματα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου .

i. Για τα δύο πρώτα σχήματα δίνεται ότι η παράμετρος . Να βρείτε σε ποια

τιμή του αντιστοιχεί το καθένα από τα σχήματα αυτά, δικαιολογώντας την απάντηση σας. (Μονάδες 10)

ii. Για το σχήμα 3 να βρείτε τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει η παράμετρος , δικαιολογώντας την απάντηση σας. (Μονάδες 10)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Σχήμα 1 | Σχήμα 2 | Σχήμα 3 |

ΘΕΜΑ 4ο **(β΄ περίπτωση)** Δίνεται η συνάρτηση .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της της συνάρτησης με τους άξονες. (Μονάδες 7)

γ) Αν Α και Β είναι τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της με τους άξονες και **αντίστοιχα**, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από τα Α και Β. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4ο **(γ΄ περίπτωση)**

Δίνεται η συνάρτηση , με

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της με τον άξονα . (Μονάδες 3)

β) Να χαράξετε τη και την ευθεία , και στη συνέχεια να εκτιμήσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής τους. (Μονάδες 5)

γ) Nα εξετάσετε αν τα σημεία αυτά είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα . Να  
αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 4)

δ) Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού , η ευθεία τέμνει τη σε δυο σημεία; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

ε) Για τις τιμές του που βρήκατε στο ερώτημα (γi), να προσδιορίσετε αλγεβρικά τα σημεία τομής της με την ευθεία και να εξετάσετε αν ισχύουν τα συμπεράσματα του ερωτήματος (βii), αιτιολογώντας τον ισχυρισμό σας. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4ο **(δ΄ περίπτωση)**

Δίνονται η συνάρτηση , .

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης δεν τέμνει τον  
άξονα . (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της που βρίσκονται κάτω από την  
ευθεία . (Μονάδες 10)

γ) Έστω σημείο της . Αν για την τετμημένη του σημείου ισχύει:  
, τότε να δείξετε ότι το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από την  
ευθεία . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4ο **(ε΄ περίπτωση)** Δίνονται οι συναρτήσεις:

και , με .

α) Αν ισχύει , να βρείτε την τιμή του . (Μονάδες 7)

β) Για , (i) να λύσετε την εξίσωση: . (Μονάδες 8)

(ii) να λύσετε την ανίσωση: και, με τη βοήθεια αυτής, να λύσετε  
την εξίσωση: . (Μονάδες 5 + 5 =10)