

Να λυθεί η ανίσωση:

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 > 0$$

λύση

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 > 0$$

Έστω $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$

↳ $\pm 1, \pm 2$

$$P(1) = 1 - 3 + 1 + 2 = 1$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 + (-1) + 2 \\ = -1 - 3 - 1 + 2 = -3$$

$$P(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2 + 2 = \\ = 8 - 12 + 2 + 2 = 0$$

1	-3	1	2	2
1	2	-2	-2	
1	-1	-1	0	



$$n(x) = x^2 - x - 1$$

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 = (x-2)(x^2 - x - 1)$$

$$\Delta = (x-p) \cdot n(x)$$

άρα η ανίσωση γίνεται:

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 > 0$$

$$(x-2) \cdot (x^2 - x - 1) > 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)$$

$$= 1 + 4 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$(x-2) \left(x - \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) > 0$$

↓
2

↓
 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

↓
 $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	-	0	+
$x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}$	-	-	0	+	+
$x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}$	-	0	+	+	+
Ποσάκι	-	0	+	0	+

$$x \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \cup (2, +\infty)$$

Μεθοδολογία [Πότε μια C_f τέλνει τον $x'x$]

Εάν δίνεται μια συνάρτηση $f(x)$ όπως και θέλω να βρω τα σημεία που τέλνει τον $x'x$ κάνω τα εξής

① Θέω $f(x)=0$ οπότε έχω εξίσωση την οποία και λύνω.

② Τα σημεία που η C_f τέλνει τον $x'x$ είναι τα
(λύσεις, 0)

π.χ.

Έσω $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$, Να βρεθούν τα σημεία που η C_f τέλνει τον $x'x$.

Λύση

Θέω $f(x)=0 \Rightarrow$

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 = 0$$

$$(x-2) \left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=2 \\ x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array} \right.$$

Άρα τα σημεία που η C_f τέλνει τον $x'x$ είναι τα:

$$A(2, 0)$$

$$B\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 0\right)$$

$$\Gamma\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right)$$

$$\Gamma\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right)$$

μεθοδολογία [Πότε με Δ_f βρίσκουμε πάνω ή κάτω (κόκκινο) (πράσινο)]

Έστω ότι δίνουμε μια συνάρτηση $f(x) = \text{τις}$. Δείξω
να βρω για ποια x η Δ_f βρίσκεται πάνω (κόκκινο) κάτω (πράσινο)
από τον x . Έτσι κάνω τα εξής:

① Δείξω $f(x) > 0$ και $f(x) < 0$ να δώσω την
αίσθηση

② Οι λύσεις της ανίσωσης είναι τα
σημεία x .

π.χ

Έστω $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$. Για ποια $x \in \mathbb{R}$
η Δ_f βρίσκεται κάτω από τον x .

Λύση

Δείξω $f(x) < 0 \Rightarrow$

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 < 0$$

$$(x-2) \left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) < 0$$

x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	2	$+\infty$	
$x-2$	-	-	-	0	+	
$x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	-	-	0	+	+	
$x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	-	0	+	+	+	
συν	-	0	+	0	-	+

$$x \in \left(-\infty, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 2\right)$$



