

Ορισμός

$$\log_a k = 2 \Leftrightarrow a^2 = k$$

π.χ.

$$\log_2 8 = 3 \quad \text{γιατί} \quad 2^3 = 8$$

Μεθοδολογία - Άσκηση

Να βρεθεί το x ως πραγματικό περιγνώστ.

$$\alpha) \log_x 25 = 2$$

$$\beta) \log_5 x = 3$$

$$\gamma) \log_3 9 = x$$

Λύση

$$\alpha) \log_x 25 = 2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow$$

$$x = 25$$

(από δευτ. ήνο
δευτ. ορίστ.)

$$\beta) \log_5 x = 3 \Rightarrow 5^3 = x \Rightarrow$$

$$125 = x$$

$$\gamma) \log_3 9 = x \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2$$

Ιδιότητες Λογαριθμών

$$\Rightarrow \log_a a = 1$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

π.χ.

$$\log_8 8 = 1,$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$$\Rightarrow \log_a 1 = 0$$

$$\rightarrow \log_a 1 = 0$$

$$n.x. \log_2 1 = 0, \log_{\frac{3}{4}} 1 = 0$$

$$\rightarrow \log_a k^2 = 2 \cdot \log_a k$$

$$2 \cdot \log_a k = \log_a k^2$$

$$n.x. \log_3 5^2 = 2 \log_3 5$$

$$n.x. 3 \log_5 2 = \log_5 2^3 = \log_5 8$$

$$\rightarrow \log_a a^x = x$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -1$$

n.x.

$$\log_8 8^3 = 3, \log_{20} 20^8 = 8$$

$$\rightarrow \log_a a = 1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -1$$

n.x.

$$\log_3 3^8 = 8, \log_5 5^{50} = 50$$

$$\rightarrow \log_a \vartheta_1 + \log_a \vartheta_2 = \log_a \vartheta_1 \cdot \vartheta_2$$

$$\log_a (k \cdot 1) = \log_a k + \log_a 1$$

n.x.

$$\log_3 8 + \log_3 x = \log_3 (8 \cdot x)$$

n.x.

$$\log_5 3 \cdot 4 = \log_5 3 + \log_5 4$$

$$\rightarrow \log_a \vartheta_1 - \log_a \vartheta_2 = \log_a \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$$

$$\log_a \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \log_a \vartheta_1 - \log_a \vartheta_2$$

n.x.

$$\log_8 9 - \log_8 3 = \log_8 \frac{9}{3} = \log_8 3$$

$$\log_8 \frac{5}{3} = \log_8 5 - \log_8 3$$

Δευαδικοί Λογάριθμοι

Εάν ένας λογάριθμός έχει για βάση του το 10 τότε λέγεται

δευαδικός λογάριθμος

δηλ.

$$\log_{10} k = \log k$$

Νεότεροι ή φουσιώ λογάριθμοι

Εάν ένας λογάριθμος έχει για βάση του το $e \approx 2,71$

λέγεται νεότερος ή φουσιώ λογάριθμος. Δηλ.

$$\log_e x = \ln x$$

Παρατήρηση

Οι λογάριθμοι είναι αρίθμοι.

Αλλαγή βάσης λογαρίθμων

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a}$$

Sol.

$$\log_{\text{multi base}} (\text{num}) = \frac{\log_{\text{new base}} (\text{num})}{\log_{\text{new base}} (\text{multi base})}$$

n.x.

$$\log_8 9 = \frac{\log_7 9}{\log_7 8}$$

(από βάση 8 γίνει 7)

n.x

$$\log_9 25 = \frac{\ln 25}{\ln 9}$$

(από βάση 9 γίνει 10)

n.x

$$\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2} = \frac{1}{\log 2}$$

(από βάση 2 γίνει e)