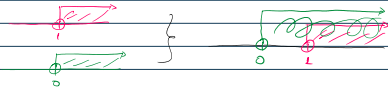


5

α

$$\log(x-1) + \log x = 1 - \log 5$$

Πρέπει $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$



$$x \in (1, +\infty)$$

Αν η εξίσωση γίνεται:

$$\log(x-1) + \log(x) = 1 - \log 5$$

$$\log(x-1) + \log(x) = \log 10 - \log 5$$

$$\log[(x-1) \cdot x] = \log \frac{10}{5}$$

$$\log(x^2 - x) = \log 2$$

$$x^2 - x = 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9 \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{1+3}{2} = 2 & \text{δεχτεί} \\ x_2 = \frac{1-3}{2} = -1 & \text{απορ} \end{cases}$$

6

α

$$5^x = 2^{1-x}$$

(Λογαριθμίζω και τα 2 μέλη)

$$x \cdot \log 5 = (1-x) \log 2 \quad (\text{επιφορτισμένη στο 2 μέλη})$$

$$x \cdot \log 5 = \log 2 - x \log 2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{χωρίζω γνωστά από} \\ \text{αγνωστά} \end{array} \right\}$$

$$\log 5 \cdot x + \log 2 \cdot x = \log 2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{αφαιρώ ομοίως όρους} \\ \text{ή αν γράψω οι λογαριθμοί} \\ \text{από αριστερά} \end{array} \right\}$$

$$(\log 5 + \log 2) \cdot x = \log 2$$

$$\log(5 \cdot 2) \cdot x = \log 2$$

$$\log_{10} 10 \cdot x = \log 2$$

$$x = \log 2$$

7

α

$$\log_3 2 \quad \text{και} \quad \log_3 5$$

Μεθοδολογία

Για να συγκρίνω δύο λογαριθμούς κάνω τα εξής:

ΒΗΜΑ: 1

$$2 < 5 \Rightarrow \log_3 2 < \log_3 5$$

ΒΗΜΑ: 1

Ξεκινώ συγκρίνοντας τα μέσα τους

ΒΗΜΑ: 2

Κοιτάζω τα βίαια των λογαριθμών

$0 < \text{βίαια} < 1$ | $\text{βίαια} > 1$

Λογαριθμίζω και τα 2 μέλη της ανίσωσης που έχει βγει από το βίαια (1) αλλιώς τον άφορο

Λογαριθμίζω και τα 2 μέλη της ανίσωσης που έχει βγει από το βίαια (2) ξέπια να αλλοίω τον άφορο

β

$$\log_{0.3} 5 \quad \text{και} \quad \log_{0.3} 7$$

$$5 < 7 \Rightarrow \log_{0.3} 5 > \log_{0.3} 7$$

Αλλάζει γιατί η βάση $0 < 0.3 < 1$

(Το αρνητικό γίνεται γιατί η συνάρτηση

$$f(x) = \log_a x, \quad 0 < a < 1$$

(Το αρνητικό γίνεται γιατί η συνάρτηση

$$f(x) = \log_a x, \quad a > 1$$

$$\log_{0.5} 5 > \log_{0.2} 7$$

$$0 < 0.2 < 1$$

jadi n surdipron

jadi n surdipron

$$f(x) = \log_a x, 0 < a < 1$$

$$f(x) = \log_a x \quad a > 1$$

atau ↓ dan isinya:

atau ↑ dan isinya:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

iii

$$\log(x^2 + 1) \quad \text{atau} \quad \log 2x$$

atau ini:

$$(x-1)^2 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2 + 1 \geq 2x$$

$$\xrightarrow{\log_a \uparrow}$$

$$\log(x^2 + 1) \geq \log 2x$$