

Κλασματικές Εξισώσεις

Ορισμός

Κλασματική είναι η εξίσωση η οποία έχει τον άγνωστο σε θύση παρονομαστή.

Μεθοδολογία

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

Λύση

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

1^{ου} Παρονομασιώ όλους από τους παρονομαστές γίνεται.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

2^{ου} Βρίσκω το ε.κ.π. των παρονομαστών

$$\text{ε.κ.π.} : (x-1)(x+1)$$

Περιορισμοί:

3^{ου} Παίρνω Περιορισμούς, βάζονται το

$$\text{Πρέπει } (x-1) \cdot (x+1) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 & \boxed{x \neq 1} \\ \text{και} & \\ x+1 \neq 0 & \boxed{x \neq -1} \end{cases}$$

ε.κ.π. $\neq 0$

$$a \cdot b = 0 \begin{cases} a=0 \\ \text{ή} \\ b=0 \end{cases} \Bigg| a \cdot b \neq 0 \begin{cases} a \neq 0 \\ \text{και} \\ b \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

4^{ου} Πολλαπλασιάζω τους όρους και στα δύο μέλη με το ε.κ.π των παρονομαστών

$$(x+1) \cdot 1 + (x-1) \cdot 1 = 2$$

$$x+1 + x-1 =$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$$

$$\boxed{x=1}$$

Ανορ.

5^{ου} Λύνω την εξίσωση και τις λύσεις που βρίσκω τις ανορ. ή τις λύνω δεικνύοντας αν είναι ικανοποιημένοι των περιορισμών που έχω πάρει ή όχι.

Άσκηση:

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{12}{x^2-4} + \frac{x}{x+2} = \frac{3}{x-2}$

Λύση.

$$\frac{12}{x^2-4} + \frac{x}{x+2} = \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{12}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x+2} = \frac{3}{x-2}$$

ε.κ.π. $(x-2) \cdot (x+2)$

Περιορισμοί:

Πρέπει: $(x-2) \cdot (x+2) \neq 0 \left\{ \begin{array}{l} x-2 \neq 0 \\ \text{ωαι} \\ x+2 \neq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \boxed{x \neq 2} \\ \text{ωαι} \\ \boxed{x \neq -2} \end{array}$

Αρα η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{12}{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+2)}} + \frac{x}{\cancel{x+2}} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{x-2}}$$

$$12 + x(x-2) = 3(x+2)$$

$$12 + x^2 - 2x = 3x + 6$$

$$12 + x^2 - 2x - 3x - 6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$= 25 - 24 = 1$$

$$\text{Αρα } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x_1 = 3} \text{ δεικν} \\ \boxed{x_2 = 2} \text{ λανθ.} \end{array} \right.$$