

Ανισώσεις από 3ου βαθμού και πάνω

Να λυθεί η ανίσωση:

$$(x^2 - 9) \cdot (x^3 - 5x^2 + 4x) \cdot (3x - 9) \leq 0$$

Λύση

$$(x^2 - 9) \cdot (x^3 - 5x^2 + 4x) \cdot (3x - 9) \leq 0$$

$$x^2 - 9 = (x - 3) \cdot (x + 3)$$

$$x^3 - 5x^2 + 4x = x(x^2 - 5x + 4) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$$

$$\Delta = 9$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$$3x - 9 = 3(x - 3)$$

Άρα η ανίσωση γίνεται:

$$(x^2 - 9) \cdot (x^3 - 5x^2 + 4x) \cdot (3x - 9) \leq 0 \Rightarrow$$

$$(x - 3) \cdot (x + 3) \cdot x \cdot (x - 1) \cdot (x - 4) \cdot 3(x - 3) \leq 0 \Rightarrow$$

$$3 \cdot (x - 3)^2 \cdot (x + 3) \cdot x \cdot (x - 1) \cdot (x - 4) \leq 0$$

↓
3
+

↓
-3

↓
0

↓
1

↓
4

μοιράζω εάν έχω ίδιους όρους που πολλαπλασιάζω μετέπειτα σε έναν. Εδώ έχω $(x - 3) \dots (x - 3)$ άρα το κάνω $(x - 3)^2$

βρίσκω που μηδενίζεται ο κάθε όρος. Επίσης μοιράζω μήπως έχω $()^2$ να το βάλω θετικό. Εδώ έχω το $(x - 3)^2$

↓
3
+

x	-∞	-3	0	1	3	4	+∞
$(x - 3)^2$	+	+	+	+	+	+	+
$x + 3$	-	0	+	+	+	+	+
x	-	-	0	+	+	+	+
$x - 1$	-	-	-	0	+	+	+
$x - 4$	-	-	-	-	-	0	+
Γινόμενο	+	-	+	-	-	+	+

Θέλω το γινόμενο αρνητικό άρα διαλέγω τα διαστήματα με το κεντρικό (-) των πινάκων και βάζω $[]$ γιατί η ανίσωση έχει και ίσον

$$\text{άρα } x \in (-\infty, -3] \cup [0, 1] \cup [4, +\infty)$$

S.O.S

Οι ανισώσεις από 3ου βαθμού και πάνω δίνουν πινάκους

Οι ανισώσεις 1ου και 2ου βαθμού δίνουν άμεσα

μεθοδολογία

Παίρνω έναν-έναν τους όρους του γινομένου και τους παραγοντοποιώ (φυσικά όσοι δέχονται παραγοντοποίηση)