

1.3.3 Γράφοι

Τώρα που μελετήσαμε τις δενδρικές δομές δεδομένων, προκύπτει το ερώτημα «από πού προέρχονται τα δένδρα;». Τα δένδρα είναι στην πραγματικότητα ένα υποσύνολο των γράφων. Αλλά προκειμένου να καταλάβετε πραγματικά γιατί χρησιμοποιούμε γράφους και τι είναι αυτοί, θα πρέπει να αναφερθούμε στη θεωρία γράφων.

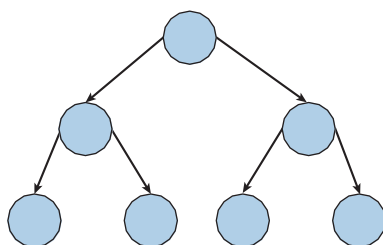
Είδαμε ότι το πιο θεμελιώδες χαρακτηριστικό των μη γραμμικών δομών είναι ότι τα δεδομένα τους δεν ακολουθούν μια σειρά - όπως στους πίνακες ή τις συνδεδεμένες λίστες. Τα δένδρα, όπως είδαμε, ξεκινούν με έναν κόμβο ρίζας και μπορεί να συνδεθούν με άλλους κόμβους, κάτι που σημαίνει ότι θα μπορούσαν να περιέχουν δευτερεύοντα δένδρα στο εσωτερικό τους. Τα δένδρα, γενικά, διέπονται από συγκεκριμένους κανόνες ενώ σε ορισμένους τύπους δένδρων ισχύουν ιδιαίτεροι κανόνες, όπως στα δυαδικά δένδρα αναζήτησης, στα οποία οι κόμβοι μπορεί να έχουν μόνο δύο συνδέσεις με δύο κόμβους ανά πάσα στιγμή.

Αλλά τι θα γίνει αν αγνοήσουμε αυτούς τους κανόνες; Τότε, δεν αναφερόμαστε σε δένδρα αλλά σε μία νέα δυναμική δομή δεδομένων, που ονομάζεται γράφος. Τα δένδρα δεν είναι παρά περιορισμένοι τύποι γράφων. Ένα δένδρο θα είναι πάντα ένα γράφος, αλλά δεν είναι όλοι οι γράφοι δένδρα.

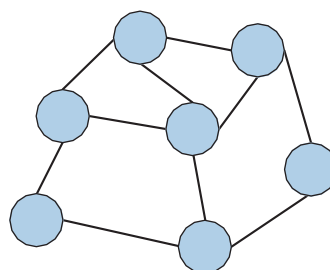
Τι είναι αυτό που κάνει ένα δένδρο διαφορετικό από έναν γράφο;

Ένα δένδρο μπορεί μόνο να ρέει προς μία κατεύθυνση, από τον κόμβο ρίζας σε κόμβους φύλλων ή κόμβους παιδιών. Ένα δένδρο μπορεί να έχει μόνο μονόδρομες συνδέσεις - ένας κόμβος παιδιού μπορεί να έχει μόνο έναν γονέα και ένα δένδρο δεν μπορεί να έχει βρόχους ή κυκλικούς δεσμούς (Εικόνα 1.3.27.α).

Με τους γράφους, όλοι αυτοί οι περιορισμοί δεν υπάρχουν. Οι γράφοι δεν έχουν την έννοια ενός κόμβου «ρίζας». Οι κόμβοι μπορούν να συνδεθούν με οποιονδήποτε τρόπο. Για παράδειγμα, ένας κόμβος μπορεί να συνδεθεί με άλλους πέντε (Εικόνα 1.3.27.β)! Οι γράφοι, επίσης, δεν έχουν «μονοκατευθυντική» ροή - αντ' αυτού, μπορεί να έχουν κατεύθυνση ή να μην έχουν καμιά κατεύθυνση.



α: Δένδρο



β: Γράφος

Εικόνα 1.3.27



Ένας **γράφος (graph)** είναι μία δομή που αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (ή σημείων ή κορυφών) και ένα σύνολο γραμμών (ή ακμών ή τόξων) που ενώνουν μερικούς ή όλους τους κόμβους. Ο γράφος αποτελεί την πιο γενική δομή δεδομένων, με την έννοια ότι όλες οι προηγούμενες δομές που παρουσιάστηκαν μπορούν να θεωρηθούν περιπτώσεις γράφων.

Τύποι Γράφων

Ας εξετάσουμε τους δύο τύπους γράφων που είναι αρκετά εύκολο να εντοπιστούν και είναι αρκετά συνηθισμένοι στα προβλήματα θεωρίας γράφων: οι **κατευθυνόμενοι** γράφοι και οι **μη κατευθυνόμενοι** γράφοι.

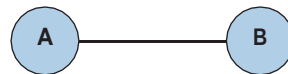
Όπως έχουμε αναφέρει, σε έναν γράφο δεν υπάρχουν πραγματικοί κανόνες για τον τρόπο που ένας κόμβος συνδέεται με έναν άλλο κόμβο. Οι ακμές μπορούν να συνδέσουν τους κόμβους με οποιονδήποτε τρόπο. Οι διαφορετικοί τύποι ακμών είναι πολύ σημαντικοί όταν πρόκειται για την αναγνώριση και τον καθορισμό του τύπου των γράφων. Ως επί το πλείστον, οι γράφοι μπορούν να έχουν δύο τύπους ακμών: ακμές που έχουν κατεύθυνση (κατευθυνόμενες ακμές) και ακμές που δεν έχουν κατεύθυνση (μη κατευθυνόμενες ακμές). Σε μια κατευθυνόμενη ακμή, δύο κόμβοι συνδέονται με πολύ συγκεκριμένο τρόπο.

Στην εικόνα 1.3.28.α, όπου ο κόμβος Α συνδέεται με τον κόμβο Β, υπάρχει ένας μόνο τρόπος να ταξιδέψουμε μεταξύ αυτών των δύο κόμβων και αυτός είναι από τον κόμβο Α στον κόμβο Β. Είναι πολύ συνηθισμένο να αναφέρουμε τον κόμβο από τον οποίο ξεκινάμε ως προέλευση και τον κόμβο στον οποίο ταξιδεύουμε ως προορισμό. Σε μια κατευθυνόμενη ακμή, μπορούμε να ταξιδέψουμε μόνο από την προέλευση στον προορισμό, και ποτέ το αντίστροφο (Εικόνα 1.3.28.α). Ωστόσο, σε μια μη κατευθυνόμενη ακμή, η διαδρομή μεταξύ των δύο κόμβων είναι αμφίδρομη, πράγμα που σημαίνει ότι οι κόμβοι προέλευσης και προορισμού δεν είναι σταθεροί.

Αυτή η διαφοροποίηση είναι πραγματικά πολύ σημαντική, επειδή οι ακμές σε έναν γράφο καθορίζουντο πώς αποκαλείται ο γράφος.



α: Κατευθυνόμενη ακμή



β: μη κατευθυνόμενη ακμή

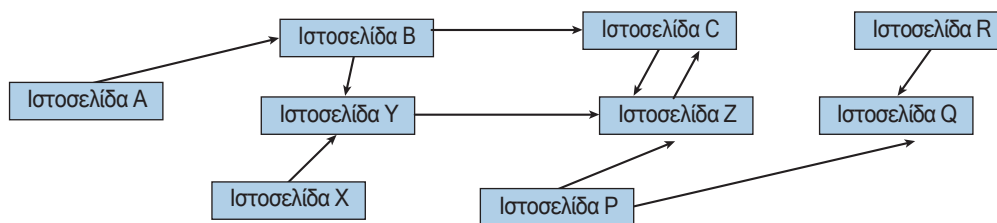
Εικόνα 1.3.28



Εάν όλες οι ακμές σε έναν γράφο έχουν κατεύθυνση, ο γράφος ονομάζεται **κατευθυνόμενος γράφος (directed graph)**.

Εάν όλες οι ακμές σε έναν γράφο δεν έχουν κατεύθυνση, ο γράφος ονομάζεται **μη κατευθυνόμενος γράφος (undirected graph)**.

Οι γράφοι είναι γύρω μας, απλά δεν τους βλέπουμε. Ο Παγκόσμιος Ιστός (WWW) είναι ένας τεράστιος γράφος (Εικόνα 1.3.29)! Όταν κάνουμε κλικ ανάμεσα σε ιστότοπους και πλοηγούμαστε μεταξύ των διευθύνσεων URL, κάνουμε πραγματικά περιήγηση σε έναν γράφο. Μερικές φορές αυτές οι αναπαραστάσεις γράφων έχουν κόμβους με ακμές που είναι μη κατευθυνόμενες - μπορούμε να προχωρήσουμε από μια ιστοσελίδα σε μια άλλη και το αντίστροφο - και άλλες ακμές που κατευθύνονται - μπορούμε να πάμε μόνο από την ιστοσελίδα Α στην **ιστοσελίδα Β, και ποτέ το αντίστροφο**.



Εικόνα 1.3.29. Παγκόσμιος Ιστός – Η ιστοσελίδα R περιέχει σύνδεσμο προς την ιστοσελίδα Q



Κοινωνικά Δίκτυα - Facebook

Υπάρχει, όμως, ένα ακόμη καλύτερο παράδειγμα που απεικονίζει τις καθημερινές μας αλληλεπιδράσεις και η υλοποίησή του στηρίζεται στη δομή δεδομένων «γράφος»: τα κοινωνικά δίκτυα.

Το Facebook, ένα τεράστιο κοινωνικό δίκτυο, είναι ένας τύπος γράφου. Και αν σκεφτούμε περισσότερο το πώς λειτουργεί πραγματικά, αρχίζουμε να κατανοούμε καλύτερα τον τρόπο διασυνδέσεων των κόμβων καθώς και με ποιον τύπο γράφου αναπαριστάνεται. Στο Facebook, εάν σε προσθέσω σαν φίλο, πρέπει να αποδεχτείς το αίτημά μου. Δεν είναι δυνατόν να είμαι φίλος σου στο δίκτυο χωρίς να είσαι και δικός μου. Η σχέση μεταξύ δύο χρηστών (κόμβοι), είναι αμφίδρομη. Δεν υπάρχει η έννοια κόμβου «προέλευσης» και «προορισμού» - αντ' αυτού, είσαι φίλος μου και είμαι δικός σου. Ποιον τύπο γράφου θα χρησιμοποιήσουμε για την αναπαράσταση του κοινωνικού δικτύου Facebook;



Κοινωνικά Δίκτυα - Twitter

Α) Το Twitter, από την άλλη πλευρά, λειτουργεί πολύ διαφορετικά από το Facebook. Μπορώ να σε ακολουθήσω, αλλά δεν απαιτείται να με ακολουθήσεις. Με ποιον τύπο γράφου μπορούμε να αναπαραστήσουμε το Twitter;

Θα μπορούσαμε να αναπαραστήσουμε το Twitter ως κατευθυνόμενο γράφο; Κάθε ακμή που δημιουργούμε αντιπροσωπεύει μια μονόδρομη σχέση. Όταν με ακολουθείς στο Twitter, δημιουργείται μια ακμή στον γράφο με τον λογαριασμό σου ως κόμβο προέλευσης και τον λογαριασμό μου ως τον κόμβο προορισμού;

Β) Τι θα συμβεί εάν αποφασίσω να σε ακολουθήσω και εγώ; Αλλάζω την κατεύθυνση της ακμής που δημιουργήθηκε όταν με ακολουθήσες; Ξαφνικά η ακμή γίνεται αμφίδρομη και επομένως μη κατευθυνόμενη;



Οι επτά γέφυρες του Königsberg

Υπάρχει μια ενδιαφέρουσα ιστορία πίσω από την προέλευσή του προβλήματος «οι Επτά γέφυρες του Königsberg». Η πρόκληση (ή απλά σπαζοκεφαλιά) με τις γέφυρες του Königsberg, ήταν να μπορεί κάποιος να διασχίσει και τις επτά γέφυρες μόνο μία φορά περπατώντας μέσα στην πόλη. Κοιτάξτε πρώτα την Εικόνα 1.3.30 για να αντιληφθείτε το πρόβλημα:



Εικόνα 1.3.30. Οι επτά γέφυρες του Königsberg

Προσπαθήστε και δείτε αν μπορείτε να περπατήσετε μέσα από την πόλη και να διασχίσετε όλες τις γέφυρες μόνο μία φορά. Θα πρέπει να λάβετε υπόψη δύο πράγματα ενώ προσπαθείτε να λύσετε το παραπάνω πρόβλημα-αίνιγμα:

- πρέπει να διασχίσετε όλες τις γέφυρες
- δεν πρέπει να διασχίσετε περισσότερο από μία φορά κάποια γέφυρα

Μπορείτε να δοκιμάσετε οποιονδήποτε αριθμό συνδυασμών θέλετε, αλλά θα δείτε ότι είναι αδύνατον. Δεν υπάρχει κανένας τρόπος με τον οποίο κάποιος μπορεί να περπατήσει μέσα στην πόλη και να διασχίσει κάθε γέφυρα μόνο μία φορά. Ο Leonhard Euler αναπαράστησε αυτό το πρόβλημα σε γράφο, όπου αναπαράστησε τα τμήματα γης (A,B,C,D) με κορυφές και τις γέφυρες με ακμές.

Αναζητήστε στο Διαδίκτυο πώς ο Euler αναπαράστησε το πρόβλημα με γράφο και για ποιο λόγο είναι αδύνατο να λυθεί αυτό το πρόβλημα.