2.498.

α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{|x+1|}{3}-\frac{|x+1|+4}{5}=\frac{2}{3}$. (Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $-x^2+2x+3\leq 0$ (Μονάδες 9)

γ) Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης του (α) ερωτήματος είναι και λύσεις της ανίσωσης του (β) ερωτήματος. (Μονάδες 7)

2.1277.

Δίνονται οι ανισώσεις: $-x^2+5x-6<0$ (1) και $x^2-16\leq 0$ (2).

α) Να βρεθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1), (2). (Μονάδες 12)

β) Να παρασταθούν οι λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων. (Μονάδες 13)

2.1288.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2-10x+21<0$ (Μονάδες 12)

β) Δίνεται η παράσταση: $A=|x-3|+|x^2-10x+21|$

i) Για $3<x<7$, να δείξετε ότι: $A=-x^2+11x-24$ (Μονάδες 8)

ii) Να βρείτε τις τιμές του $x\in(3,7)$, για τις οποίες ισχύει $A=6$. (Μονάδες 5)

2.1297.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2-4x+1\leq 0$. (Μονάδες 12)

β) Αν α, β δυο αριθμοί που είναι λύσεις της παραπάνω ανίσωσης, να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\frac{3\alpha+6\beta}{9}$ είναι επίσης λύση της ανίσωσης. (Μονάδες 13)

2.1512.

α) Να λυθεί η εξίσωση: $x^2-x-2=0$ (Μονάδες 8)

β) Να λυθεί η ανίσωση: $x^2-x-2>0$ και να παραστήσετε το σύνολο λύσεων της στον άξονα των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 12)

γ) Να τοποθετήσετε το $-\frac{4}{3}$ στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Είναι το $-\frac{4}{3}$ λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (β); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

2.1544.

α) Να αποδείξετε ότι $x^2+4x+5>0$, για κάθε πραγματικό αριθμό x. (Μονάδες 10)

β) Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση: $B=|x^2+4x+5|-|x^2+4x+4|$. (Μονάδες 15)

2.3380.

Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = 3x^2 + 9x - 12,\ x \in \mathbb{R}$

α) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 0$ και να παραστήσετε το σύνολο των λύσεων της στον άξονα των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 13)

β) Να ελέγξετε αν ο αριθμός $\sqrt[3]{2}$ είναι λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (α). Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

4ο θέμα

4.2244.

Δίνονται οι ανισώσεις: $|x-2| < 3$ και $x^2 - 2x - 8 \leq 0$.

α) Να βρείτε τις λύσεις τους. (Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in (-1, 4]$. (Μονάδες 5)

γ) Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δυο ανισώσεων, να δείξετε ότι και ο αριθμός $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ είναι κοινή τους λύση.

(Μονάδες 10)

4.2255.

Δίνονται οι ανισώσεις: $2 \leq |x| \leq 3$ και $x^2 - 4x < 0$.

α) Να βρείτε τις λύσεις τους. (Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in [2, 3]$. (Μονάδες 5)

γ) Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δυο ανισώσεων, να δείξετε ότι και ο αριθμός $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ είναι κοινή τους λύση.

(Μονάδες 10)

4.2273.

Δίνονται οι ανισώσεις : $|x+1| \leq 2$ και $x^2 - x - 2 > 0$.

α) Να λύσετε τις ανισώσεις. (Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in [-3, -1)$. (Μονάδες 5)

γ) Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δυο ανισώσεων, να δείξετε ότι: $\rho_1 - \rho_2 \in (-2, 2)$ (Μονάδες 10)

4.2336.

α) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου x^2-5x+6 για τις διάφορες τιμές του $x\in\mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

β) Δίνεται η εξίσωση $\frac{1}{4}x^2+(2-\lambda)x+\lambda-2=0$ (1) με παράμετρο λ.

i) Να αποδείξετε ότι, για κάθε $\lambda\in(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$, η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες. (Μονάδες 10)

ii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$ για τις οποίες οι ρίζες της (1) είναι ομόσημοι αριθμοί. (Μονάδες 5)

4.4542.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2<x$ στο σύνολο των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 8)

β) Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός α με $0<\alpha<1$.

i) Να βάλετε στη σειρά, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο και να τοποθετήσετε πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών, τους αριθμούς: $0,\ 1,\ \alpha,\ \alpha^2,\sqrt{\alpha}$
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια και του ερωτήματος α). (Μονάδες 10)

ii) Να αποδείξετε ότι ισχύει η ανισότητα: $\sqrt{1+\alpha}<1+\sqrt{\alpha}$ (Μονάδες 7)

4.4548.

Δίνεται η εξίσωση: $x^2-x+\left(\lambda-\lambda^2\right)=0$, με παράμετρο $\lambda\in\mathbb{R}$. (1)

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες ίσες; (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A=\frac{1}{\sqrt{S-P}}$,όπου S, P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης (1) αντίστοιχα, έχει νόημα πραγματικού αριθμού για κάθε πραγματικό αριθμό λ. (Μονάδες 9)

4.4607.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2>x$ στο σύνολο των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 8)

β) Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός α με $\alpha>1$.

i) Να βάλετε στη σειρά, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο και να τοποθετήσετε πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών, τους αριθμούς: $0,\ 1,\ \alpha,\ \alpha^2,\ \sqrt{\alpha}$
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια και του ερωτήματος α). (Μονάδες 10)

ii) Να κάνετε το ίδιο για τους αριθμούς: $\alpha,\ \alpha^2,\frac{\alpha+\alpha^2}{2}$ (Μονάδες 7)

4.4663.

Δίνεται η εξίσωση $(x-2)^2 = \lambda(4x-3)$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0,\ \alpha \neq 0$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 10)

γ) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, στην περίπτωση που έχει ρίζες πραγματικές και άνισες,

i) να υπολογίσετε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 x_2$.

ii) να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ, δηλαδή σταθερή. (Μονάδες 10)

4.4680.

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - x + \lambda - \lambda^2 = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες ίσες; (Μονάδες 6)

γ) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης (1), τότε να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει $0 < d(x_1, x_2) < 2$. (Μονάδες 9)

4.4819.

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - x + (\lambda - \lambda^2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ το τριώνυμο έχει δύο ρίζες ίσες; (Μονάδες 6)

γ) Αν $\lambda \neq \frac{1}{2}$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου με $x_1 < x_2$, τότε :

i) να αποδείξετε ότι $x_1 < \frac{x_1 + x_2}{2} < x_2$ (Μονάδες 4)

ii) να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς $f(x_2), f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right), f(x_2 + 1)$ (Μονάδες 5)

4.4836.

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + 1 = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα της εξίσωσης (1), τότε και ο αριθμός $\frac{1}{\rho}$ είναι επίσης ρίζα της εξίσωσης. (Μονάδες 5)

γ) Για $\lambda > 2$, να αποδείξετε ότι:

i) Οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) είναι αριθμοί θετικοί.

ii) $x_1 + 4x_2 \geq 4$. (Μονάδες 12)

4.4853.

Δίνεται το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma,\ \alpha \neq 0$ με ρίζες τους αριθμούς 1 και 2.

α) Χρησιμοποιώντας τους τύπους για το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών του τριωνύμου, να αποδείξετε ότι: $\gamma = 2\alpha$ και $\beta = -3\alpha$. (Μονάδες 9)

β) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι το τριώνυμο παίρνει θετικές τιμές για κάθε $x \in (1,2)$, τότε:

i) να αποδείξετε ότι $\alpha < 0$. (Μονάδες 9)

ii) να λύσετε την ανίσωση $\gamma x^2 + \beta x + \alpha < 0$. (Μονάδες 7)

4.4859.

Θεωρούμε το τριώνυμο $f(x) = 3x^2 + \kappa x - 4$, με παράμετρο $\kappa \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του κ, το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 10)

β) Οι ρίζες του τριωνύμου είναι ομόσημες ή ετερόσημες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

γ) Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου και α, β δυο πραγματικοί αριθμοί ώστε να ισχύει $\alpha < x_1 < x_2 < \beta$, να προσδιορίσετε το πρόσημο του γινομένου: $\alpha \cdot f(\alpha) \cdot \beta \cdot f(\beta)$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

4.5285.

Δίνονται οι εξισώσεις $x^2 - 3x + 2 = 0$ (1) και $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ (2).

α) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης (1). (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης (2). (Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τριώνυμο της μορφής $x^2 + \beta x + \gamma$ που οι ρίζες του να είναι κάποιες από τις ρίζες της εξίσωσης (2) και επιπλέον, για κάθε αρνητικό αριθμό x , να έχει θετική τιμή. (Μονάδες 10)

4.5316.

Δίνεται το τριώνυμο: $x^2 + \beta x + \beta^2$, όπου $\beta \in \mathbb{R}$

α) Να υπολογίσετε τη διακρίνουσα του τριωνύμου. (Μονάδες 4)

β) i) Αν $\beta \neq 0$ τι μπορείτε να πείτε για το πρόσημο του τριωνύμου; (Μονάδες 7)

ii) Πώς αλλάζει η απάντησή σας στο ερώτημα (i), όταν β= 0 (Μονάδες 6)

γ) Με τη βοήθεια της απάντησής στο ερώτημα (β), να αποδείξετε ότι ισχύει η ανισότητα $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 > 0$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β που δεν είναι και οι δύο ταυτόχρονα 0. (Μονάδες 8)

4.5322.

Δίνεται το τριώνυμο: x^2-2x-8

α) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού x . (Μονάδες 10)

β) Αν $k=-\dfrac{8889}{4444}$, είναι η τιμή της παράστασης: $\kappa^2-2\kappa-8$ μηδέν, θετικός ή αρνητικός αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

γ) Αν ισχύει $-4<\mu<4$, τι μπορείτε να πείτε για το πρόσημο της τιμής της παράστασης: $\mu^2-2|\mu|-8$;Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

4.5884.

Δίνεται το τριώνυμο $f(x)=x^2-6x+\lambda-3$, με $\lambda\in\mathbb{R}$

α) Να υπολογίσετε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το τριώνυμο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 7)

γ) Αν $3<\lambda<12$, τότε:

(i) Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο άνισες θετικές ρίζες. (Μονάδες 6)

(ii) Αν x_1, x_2 με $x_1<x_2$ είναι οι δύο ρίζες του τριωνύμου και κ, μ είναι δύο αριθμοί με $\kappa<0$ και $x_1<\mu<x_2$, να προσδιορίσετε το πρόσημο του γινομένου $\kappa\cdot f(\kappa)\cdot\mu\cdot f(\mu)$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

4.5885.

α) i) Να βρείτε τις ρίζες του τριωνύμου: $x^2+9x+18$ (Μονάδες 4)

ii) Να λύσετε την εξίσωση: $|x+3|+|x^2+9x+18|=0$ (Μονάδες 7)

β) i) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2+9x+18$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού x. (Μονάδες 7)

ii) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει:
$|x^2+9x+18|=-x^2-9x-18$ (Μονάδες 7)

4.6227.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2-5x-6<0$. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού $K=\left(-\dfrac{46}{47}\right)^2+5\dfrac{46}{47}-6$ και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας. (Μονάδες 7)

γ) Αν $\alpha\in(-6,6)$, να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $\Lambda=\alpha^2-5|\alpha|-6$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

4.7263.

Δίνεται το τριώνυμο: $x^2-6x+\lambda-7$, όπου $\lambda\in\mathbb{R}$

α) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το τριώνυμο έχει πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 7)

β) i) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να βρείτε την τιμή του αθροίσματος $S=x_1+x_2$ των ριζών και να εκφράσετε συναρτήσει του λ το γινόμενο $P=x_1\cdot x_2$ των ριζών. (Μονάδες 2)

ii) Να δείξετε ότι, για κάθε λ με $7<\lambda<16$, το τριώνυμο έχει δύο άνισες ομόσημες ρίζες. Ποιο είναι τότε το πρόσημο των ριζών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 4)

γ) i) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση $x^2-6|x|+\lambda=7$ (1) έχει τέσσερις διαφορετικές πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 8)

ii) Έχει η εξίσωση (1) για $\lambda=3\sqrt{10}$ τέσσερις διαφορετικές πραγματικές ρίζες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 4)

4.7506.

Μια μικρή μεταλλική σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος.
Το ύψος y (σε m) στο οποίο θα βρεθεί η σφαίρα τη χρονική στιγμή t (σε sec) μετά την εκτόξευση, δίνεται από τη σχέση: $y=60t-5t^2$

α) Μετά από πόσο χρόνο η σφαίρα θα επανέλθει στο έδαφος;

β) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα θα βρεθεί στο ύψος y = 175 m;

γ) Να βρεθεί το χρονικό διάστημα στη διάρκεια του οποίου η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο από 100 m.

4.7677.

Δίνεται η ανίσωση: $|x+1|<4$ (1)

α) Να λύσετε την ανίσωση και να παραστήσετε το σύνολο των λύσεων της πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε όλες τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης (1). (Μονάδες 3)

γ) Να κατασκευάσετε ένα τριώνυμο της μορφής $x^2+\beta x+\gamma$ το οποίο να έχει ρίζες δύο από τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης (1) και να έχει θετική τιμή, για κάθε $x\le 0$. (Μονάδες 15)

4.7684.

Δίνεται η ανίσωση: $|x-1|\le 3$ (1)

α) Να λύσετε την ανίσωση και να παραστήσετε το σύνολο των λύσεων της πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε όλες τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης (1). (Μονάδες 3)

γ) Να κατασκευάσετε ένα τριώνυμο της μορφής $x^2+\beta x+\gamma$ το οποίο να έχει ρίζες δύο από τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης (1) και να έχει θετική τιμή, για κάθε $x\ge 0$. (Μονάδες 15)

4.7745.

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

α) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $f(x)$ για τις διάφορες τιμές του x. (Μονάδες 10)

β) Να προσδιορίσετε, αιτιολογώντας την απάντησή σας, το πρόσημο του γινομένου: $f(2{,}999) \cdot f(-1{,}002)$ (Μονάδες 7)

γ) Αν $-3 < \alpha < 3$, να βρείτε το πρόσημο του αριθμού: $-\alpha^2 + 2|\alpha| + 3$. (Μονάδες 8)

4.7958.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 1 \geq \frac{5}{2}x$ (1) (Μονάδες 10)

β) Δίνονται δύο αριθμοί κ, λ οι οποίοι είναι λύσεις της ανίσωσης (1) και ικανοποιούν επιπλέον τη σχέση: $(\lambda - 1)(\kappa - 1) < 0$.

i) Να δείξετε ότι το 1 είναι μεταξύ των κ, λ (Μονάδες 8).

ii) Να δείξετε ότι: $|\kappa - \lambda| \geq \frac{3}{2}$ (Μονάδες 7)

4.7974.

Δίνεται πραγματικός αριθμός α, που ικανοποιεί τη σχέση: $|\alpha - 2| < 1$

α) Να γράψετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του α. (Μονάδες 8)

β) Θεωρούμε στη συνέχεια το τριώνυμο: $x^2 - (\alpha - 2).x + \frac{1}{4}$.

i) Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και να προσδιορίσετε το πρόσημό της. (Μονάδες 10)

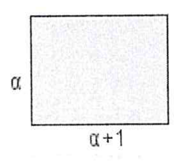
ii) Να δείξετε ότι, για κάθε τιμή του $x \in \mathbb{R}$, ισχύει $x^2 - (\alpha - 2)x + \frac{1}{4} > 0$. (Μονάδες 7)

4.8217.

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + x - 6 < 0$ (Μονάδες 8)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $\left|x - \frac{1}{2}\right| > 1$ (Μονάδες 5)

γ) Δίνεται το διπλανό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές α και α + 1 όπου ο αριθμός α ικανοποιεί τη σχέση $\left|\alpha - \frac{1}{2}\right| > 1$. Αν για το εμβαδόν Ε του ορθογωνίου ισχύει $E < 6$, τότε:



i) Να δείξετε ότι: $\frac{3}{2} < a < 2$ (Μονάδες 7)

ii) Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών κυμαίνεται η περίμετρος του ορθογωνίου.
(Μονάδες 5)

4.8445.

α) Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου.
(Μονάδες 10)

β) Θεωρούμε πραγματικούς αριθμούς α, β διαφορετικούς από το 0 με $\alpha < \beta$ για τους οποίους ισχύει $(\alpha^2 - 3\alpha + 2)(\beta^2 - 3\beta + 2) < 0$.

Να αποδείξετε ότι ισχύει $|(\alpha - 1)(\beta - 2)| = (\alpha - 1)(\beta - 2)$. (Μονάδες 15)

4.8443.

α) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x για τους οποίους ισχύει $|x-4|<2$. (Μονάδες 10)

β) Θεωρούμε πραγματικό αριθμό x που η απόστασή του από το 4 στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι μικρότερη από 2.

i) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του τριπλάσιου του αριθμού αυτού από το 4 είναι μεγαλύτερη του 2 και μικρότερη του 14. (Μονάδες 5)

ii) Να βρείτε μεταξύ ποιων ορίων περιέχεται η τιμή της απόστασης του 3x από το 19. (Μονάδες 10)

Δευτεροβάθμιες ανισώσεις

2ο θέμα

2.478.

Δίνεται η εξίσωση: $x^2-\lambda x+(\lambda^2+\lambda-1)=0$ (1), με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό λ. ώστε η εξίσωση (1) να έχει ρίζες πραγματικές. (Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $S^2-P-2\geq 0$, όπου S και P είναι αντίστοιχα το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (1). (Μονάδες 13)

2.482.

Δίνεται η εξίσωση $x^2+2\lambda x+\lambda-2=0$, με παράμετρο $\lambda\in\mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα της εξίσωσης. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$. (Μονάδες 8)

γ) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε να βρείτε για ποια τιμή του λ ισχύει: $x_1+x_2=-x_1\cdot x_2$ (Μονάδες 9)

2.484.

α) Να λύσετε τις ανισώσεις: $|2x-5|\leq 3$ και $2x^2-x-1\geq 0$ (Μονάδες 16)

β) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος α). (Μονάδες 9)

2.490.

Δίνεται το τριώνυμο $2x^2-3x+1$.

α) Να βρείτε τις ρίζες του. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x\in\mathbb{R}$ για τις οποίες: $2x^2-3x+1<0$ (Μονάδες 5)

γ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί $\frac{1}{\sqrt{2}}$ και $\frac{\sqrt{3}}{2}$ είναι λύσεις της ανίσωσης $2x^2-3x+1<0$ (Μονάδες 10)