**ΣΗΜΕΙΟ ΚΑΜΠΗΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΟΡΙΣΜΟΣ: Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α,β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του . Αν

* η f είναι κυρτή στο (α, ) και κοίλη στο (,β) ,ή αντιστρόφως και
* η γραφική της παράσταση έχει εφαπτομένη στο σημείο

 Α(

τότε το σημείο Α ονομάζεται **σημείο καμπής** της γραφικής παράστασης της f.

ΘΕΩΡΗΜΑ: Αν το σημείο Α( ,f( είναι σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f και η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη , τότε f’’()=0 .

**ΒΑΣΙΚΟ** Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο καμπής διαπερνά την γραφική παράσταση.

Αν στις ασκήσεις μας δίνετε ότι η εφαπτομένη διαπερνά την γραφική παράσταση στο σημείο Α τότε αυτό είναι σημείο καμπής άρα αν η συνάρτηση μας είναι δύο φορές παράγωγισιμη τότε ισχύει

**ΠΙΘΑΝΑ ΣΗΜΕΙΑ ΚΑΜΠΗΣ**:

* Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ στα οποία η f’’ μηδενίζεται.
* Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ στα οποία η f’’ δεν ορίζεται.

(Η τελευταία περίπτωση δεν αποτελεί εξεταστέα ύλη)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία οι παρακάτω συναρτήσεις είναι κυρτές ή κοίλες και να προσδιορίσετε τα σημεία καμπής , αν υπάρχουν.

 α)

 β)

 γ)

 δ)

 ε) -{0}

 στ)

 ζ)

**ΚΥΡΤΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ**

Αν μια συνάρτηση είναι κυρτή (αντιστοίχως κοίλη) σε ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «κάτω» (αντιστοίχως «πάνω» ) από τη γραφική παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής.

Τα παραπάνω φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.

 κυρτή κοίλη

 

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Προκύπτει από τη σχέση της γραφικής παράστασης και της εφαπτομένης ότι:

**Αν η f είναι κυρτή στο Δ (ή κοίλη) και η y=αx+β είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο Μ( τότε η εξίσωση έχει μοναδική ρίζα την .**

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Δίνεται η συνάρτηση

α) Να αποδείξετε ότι η .

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της

γ) Να λύσετε τις εξισώσεις 1)

 2)

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

Δίνεται η συνάρτηση συνάρτηση δύο φορές παραγωγίσιμη στο R για την οποία ισχύουν :

 Και για κάθε x

α) Να αποδείξετε ότι η g είναι κοίλη.

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της στο σημείο Α(0,g(0)).

γ) Να λύσετε την εξίσωση