

1) Να υπολογίσετε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 8x^2 + 16x - 3}{x^3 - 9x} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 8x^2 + 16x - 3}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + 2x| - |x - 1| - 3}{x^2 - 1}$$

2) Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^v - vx^2 + v - 1}{x - 1}$

3) Να υπολογίσετε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x^2 - 8x + 8}}{x^3 - x} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x+6} - 2}{x^3 - 8} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} + \eta\mu x - \sqrt{2}}{x^2 - x}$$

4) Αν το σημείο $M(\alpha, \beta)$ είναι σημείο του κύκλου με κέντρο $K(0, 1)$ και ακτίνα $\rho = 2$

να αποδείξετε ότι το όριο της

$$\text{συνάρτησης: } f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x^2 + x} & \text{αν } x > 0 \\ a^2 & \text{αν } x = 0 \\ (\beta - 1)^2 x^5 + 2a^2 x - 4 & \text{αν } x < 0 \end{cases} \quad \text{υπάρχει.}$$

5) Έστω η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = a$ και για κάθε $x \in R$

$$\text{ισχύει } (x - 2)f(x) \geq x^2 - 4.$$

$$\alpha) \text{ Να βρείτε το } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \beta) \text{ Να βρείτε το } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\eta\mu(f(x) - 4)}{f^2(x) - 16} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 2} e^{\frac{-1}{|f(x) - 4|}}$$

6) Δίνεται η συνάρτηση $f: R \rightarrow R$ για την οποία ισχύει: $f^2(x) - 4f(x) \leq x^2 - 4, x \in R$

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση είναι συνεχής στο 0.

7) Να βρείτε για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ τα παρακάτω όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\lambda^2 - 1)x^5 + (\lambda - 2) + 1}{(\lambda + 1)x^3 - 2x + 1} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\lambda^2 + 1)x^4 + (\lambda + 2) + 1}{(\ln|\lambda| + 1)x^3 - 2x + 1} \quad \lambda \neq 0$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\eta\mu\theta - \theta)x^7 + \theta x - 4}{x^5 + 2x} \quad \theta \in R$$

8) Να υπολογίσετε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x - 3} - x) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x - 3} - 2x)$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\ln(x^2 + x + 1) - \ln(x^4 + 2)) \quad \delta) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(e^x + 2^x) - x)$$