

Λόγος Εμβαδών

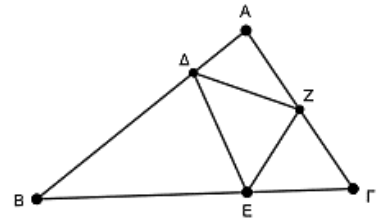
2^ο Θέμα

15978. Στο τρίγωνο ABΓ του παρακάτω σχήματος, τα Δ, Ε, Ζ, είναι σημεία των πλευρών AB, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα, ώστε:

$$A\Delta = \frac{1}{4} AB, BE = \frac{2}{3} B\Gamma \text{ και } \Gamma Z = \frac{1}{2} A\Gamma. \text{ Να αποδείξετε ότι:}$$

α) $(\Delta\Delta Z) = \frac{1}{8}(AB\Gamma), (BE\Delta) = \frac{1}{2}(AB\Gamma), (\Gamma EZ) = \frac{1}{6}(AB\Gamma).$

β) $(\Delta EZ) = \frac{5}{24}(AB\Gamma)$



16127. Ένα τρίγωνο έχει πλευρά ΒΓ = 9 και αντίστοιχο ύψος ΑΔ = 8.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

β) Ένα άλλο τρίγωνο Α'Β'Γ' είναι όμοιο με το τρίγωνο ABΓ και η ομόλογη πλευρά της ΒΓ είναι η Β'Γ' = 6. Να υπολογίσετε:

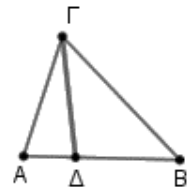
i. τον λόγο ομοιότητας των τριγώνων ABΓ και Α'Β'Γ',

ii. το εμβαδόν του τριγώνου Α'Β'Γ'.

16756. Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ και τυχαίο σημείο Δ της πλευράς AB.

α) Να αποδείξετε ότι $\frac{(AB\Gamma)}{(\Delta B\Gamma)} = \frac{AB}{\Delta B}.$

β) Αν $(AB\Gamma) = 25$ και $AB = 5A\Delta$, τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ.

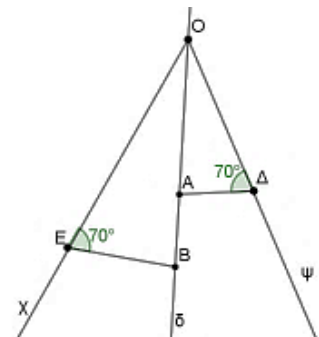


16770. Δίνεται γωνία $\hat{X}O\psi$ και η διχοτόμος της Οδ. Πάνω στην Οδ παίρνουμε τυχαία σημεία Α και Β. Θεωρούμε σημείο Ε στην πλευρά Οχ τέτοιο ώστε $O\hat{E}B = 70^\circ$ και σημείο Δ στην Οψ τέτοιο ώστε $O\hat{\Delta}A = 70^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΕΒ και ΟΔΑ είναι όμοια.

β) Αν $\frac{OA}{OB} = \frac{2}{3}$ να υπολογίσετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών των τριγώνων.

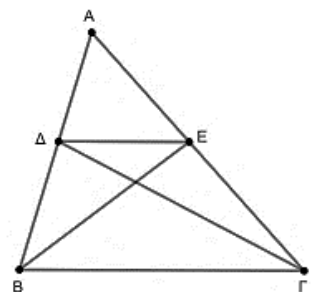
γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΔ είναι 28 τ.μ. να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΟΕΒ.



16806. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς AB φέρουμε παράλληλη στην πλευρά ΒΓ που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\frac{(A\Delta E)}{(\Delta EB)} = \frac{A\Delta}{\Delta B}$ και $\frac{(A\Delta E)}{(\Delta E\Gamma)} = \frac{AE}{E\Gamma}.$

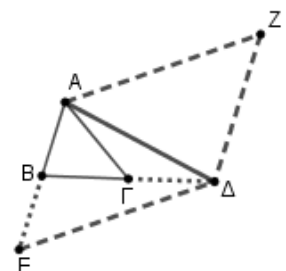
β) Να αποδείξετε ότι $(\Delta EB) = (\Delta E\Gamma).$



18561. Δίνεται τρίγωνο ABΓ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά τμήμα ΓΔ=ΒΓ και την πλευρά ΑΒ κατά τμήμα ΒΕ=ΑΒ.

α) Αν $(AB\Gamma) = 25 \text{ m}^2$, να αποδείξετε ότι $(B\Delta E) = 50 \text{ m}^2$.

β) Από την κορυφή Α φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΕΔ και από την κορυφή Δ ευθεία παράλληλη στην ΕΑ που τέμνονται στο σημείο Ζ.



4^ο Θέμα

16114. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο E στην $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $\Gamma E = \frac{1}{4} \Gamma A$.

α) Αν Δ σημείο της AB τέτοιο ώστε $A\Delta = \frac{1}{3} AB$:

i. Να αποδείξετε ότι $(AB\Gamma) = 4(A\Delta E)$.

ii. Αν από τα E και Γ φέρουμε τις κάθετες EZ και ΓH προς την AB , να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{\Gamma H}$.

β) Θεωρώντας ότι το E παραμένει ακίνητο, ενώ το Δ κινείται στο εσωτερικό της AB , να βρείτε σε ποιο σημείο πρέπει να βρεθεί το Δ ώστε $(AB\Gamma) = 2(A\Delta E)$.

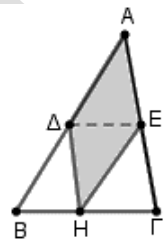
16582. Στο διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Έστω ότι $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \frac{1}{2}$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$.

ii. Αν H είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος $B\Gamma$ να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Delta H E$ είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Αν γνωρίζετε ότι $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \lambda$, τότε ποια είναι η σχέση των εμβαδών του τετραπλεύρου $A\Delta H E$ και του τριγώνου $AB\Gamma$;



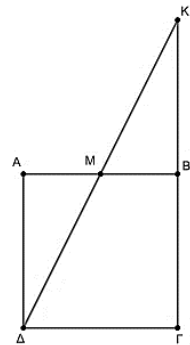
16732. Έστω τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της AB . Οι ευθείες ΔM και ΓB τέμνονται στο K . Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα MKB και $\Delta K\Gamma$ είναι όμοια.

β) $(MKB) = \frac{1}{4}(\Delta K\Gamma)$.

γ) $(MB\Gamma\Delta) = \frac{3}{4}(AB\Gamma\Delta)$.

δ) Αν $(MB\Gamma\Delta) = 75 \text{ m}^2$ να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου.



17907. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Με πλευρές τις AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$ κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$, τα τετράγωνα $ABHZ$, $A\Gamma\Theta I$, $B\Gamma P\Delta$. Έστω E , E_1 , E_2 , τα εμβαδά των τετραγώνων $A\Gamma\Theta I$, $ABHZ$, $B\Gamma P\Delta$ αντίστοιχα. Αν ισχύουν οι ισότητες $E_1 = 4E$, $E_2 = 5E$ τότε:

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία A .

β) να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των τριγώνων $AB\Gamma$, AIZ , $BH\Delta$, $\Gamma P\Theta$ είναι ίσα.

γ) αν η $A\Gamma = 1$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του πολυγώνου $ZH\Delta P\Theta I$.

