

ΑΛΓΕΒΡΑ - Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

2.2 ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε τις σχέσεις:

α) $\alpha(\alpha + 8\beta) \geq 4\beta(\alpha - \beta)$

β) $5(\alpha^2 + 5\beta^2) \geq \alpha(\alpha + 20\beta)$ γ) $5(\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha + 2\beta)^2$

δ) $\alpha^2 - 4\alpha + 5 > 0$ ε) $2\alpha^2 - 4\alpha + 4 > 0$

2. Αν $x, y \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε τις ανισότητες:

α) $4(x^2 + y^2) \geq 6x(2y - x)$

β) $5(x^2 + 2y^2) \geq 6x(2y - x)$

3. Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε τις σχέσεις:

α) $\alpha^2 + 2\beta^2 + \gamma^2 \geq 2\beta(\alpha + \gamma)$

β) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \geq \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

4. Αν $\alpha < \beta$ να αποδείξετε ότι $4\alpha - \beta - 1 < 4\beta - \alpha$.

5. Αν $\alpha < 2 < \beta$, να αποδείξετε ότι $\alpha^2\beta + 2\beta^2 + 4\alpha > \alpha\beta^2 + 2\alpha^2 + 4\beta$.
i) $\alpha^2 + 2\beta > \alpha\beta + 2\alpha$
ii) $(\alpha - 2)(\beta - 2)(\alpha - \beta) > 0$

6. Αν α, β είναι ομόσημοι αριθμοί, να αποδείξετε ότι: $(2 + \alpha)(\beta - 1) > 2(\beta - 1) - \alpha$

7. Αν α, β είναι ετερόσημοι αριθμοί, να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)(\beta + 1) < \alpha - \beta + 1$

8. Αν $1 < x \leq 10$, να προσδιορίσετε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση:

α) $3x$

β) $10 - x$

γ) $5x - 3$

δ) $x^2 - 1$

9. Αν $1 < \alpha < 3$ και $3 < \beta < 5$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

α) $2\alpha + \beta$

β) $5\alpha - \beta$

γ) $\alpha \cdot \beta$

δ) $\frac{\beta}{\alpha}$

10. Να βρείτε τους αριθμούς α, β για τους οποίους ισχύει η ισότητα: $2\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 2\alpha\beta + 1 = 0$.

i) $(\alpha - 5)^2 + (\beta - 2)^2 = 0$ ii) $9\alpha^2 + 25\beta^2 + 24\alpha - 20\beta + 20 = 0$

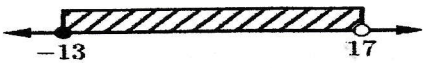
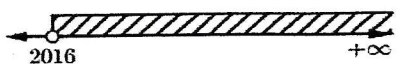
iii) $(\alpha + 2)^2 + (\beta + 2)^2 = 8(\alpha + \beta)$

11. Αν $\alpha < 1$ τότε ν.δ.ο. $1 - \alpha^3 > 3\alpha(1 - \alpha)$

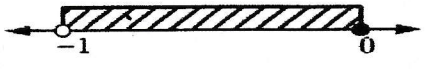
ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ΔΙΑΤΑΞΗ)

- A. Τι λέγεται ανοικτό διάστημα από το α μέχρι το β και πως συμβολίζεται ;
B. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας όπως φαίνεται στην πρώτη γραμμή.

①

Ανισότητα που ικανοποιεί ο πραγματικός αριθμός x	Διάστημα στο οποίο ανήκει ο πραγματικός αριθμός x	Παράσταση του διαστήματος στον άξονα των πραγματικών αριθμών.
A. $3 < x \leq 8$	1. $x \in (3, 8]$	
B. $x < 7$	2.	
Γ.	3. $x \in [-8, 2]$	
Δ.	4.	
E.	5. $x \in (17, 18)$	
ΣΤ. ...	6.	

②

Ανισότητα που ικανοποιεί ο πραγματικός αριθμός x	Διάστημα στο οποίο ανήκει ο πραγματικός αριθμός x	Παράσταση του διαστήματος στον άξονα των πραγματικών αριθμών.
A. $2 \leq x < 5$	1. $x \in [2, 5)$	
B. $1 < x \leq 2$	2.	
Γ.	3.	
Δ. $x \leq 0$	4.	
E.	5. $x \in (7, 8)$	
ΣΤ.	6.	