ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.4
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ :
ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

1. Σύνοψη Θεωρίας – Ορισμοί

Ο πολλαπλασιασμός πολυωνύμων βασίζεται στην επιμεριστική ιδιότητα : $\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\beta+\alpha\gamma$ και στη διπλή επιμεριστική ιδιότητα : $(\alpha+\beta)\cdot(\gamma+\delta)=\alpha\gamma+\alpha\delta+\beta\gamma+\beta\delta$

Πολλαπλασιασμός μονώνυμου με πολυώνυμο

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα μονώνυμο με ένα πολυώνυμο πολλαπλασιάζουμε το μονώνυμο με κάθε όρο του πολυωνύμου και προσθέτουμε τα γινόμενα που προκύπτουν.

Π.χ. $4x^2\cdot(3x^2-2x+4)=4x^2\cdot(3x^2)+4x^2\cdot(-2x)+4x^2\cdot 4=12x^4-8x^3+16x^2$

Πολλαπλασιασμός πολυώνυμου με πολυώνυμο

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα πολυώνυμο με ένα άλλο πολυώνυμο πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο του ενός πολυωνύμου με κάθε όρο του άλλου πολυωνύμου και προσθέτουμε τα γινόμενα που προκύπτουν.

Π.χ.

$(2x+3)(-x^2+2x+4)=2x\cdot(-x^2)+2x\cdot(2x)+2x\cdot 4+3\cdot(-x^2)+3\cdot(2x)+3\cdot 4=$

$=-2x^3+4x^2+8x-3x^2+6x+12=-2x^3+4x^2-3x^2+8x+6x+12=-2x^3+x^2+14x+12$

Ο βαθμός του γινομένου των πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των αρχικών πολυωνύμων.

Π.χ. το $P(x)=3x^4+4x^2-19x$ είναι $4^{ου}$ βαθμού και $Q(x)=x^2-4x+1$ είναι $2^{ου}$ βαθμού. Το γινόμενό τους $P(x)\cdot Q(x)$ είναι $6^{ου}$ βαθμού.

Ρίζα ενός πολυωνύμου είναι ο αριθμός που μηδενίζει το πολυώνυμο.

Π.χ. Αν $P(x)=x^2-2x+1$ και βάλουμε όπου x = 1 τότε $P(1)=1^2-2\cdot 1+1=1-2+1=0$. Το 1 είναι **ρίζα** του πολυωνύμου P(x).

Ασκήσεις

Β1 : Να βρείτε τα αναπτύγματα :
α) $(3x^2-2x)(4x^3+4x)$
β) $(x^4-2x+2)(x^5-2x)$
γ) $(x-3)(x-2)x$
δ) $(\alpha^2-3\alpha+1)(\alpha-2)+(\alpha^3-2\alpha)(\alpha^2-\alpha)$

Β2 : Αν $P(x)=2x(-x^2+3x)(x-2)$ και $Q(x)=\alpha(x^4+1)+\beta x^3+\gamma x^2+1$ να βρείτε τις τιμές των α, β ώστε τα πολυώνυμα P(x) και Q(x) να είναι ίσα.
Β3 : Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x)=2x^2$
α) Να προσδιορίσετε τον βαθμό του.
β) Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(x)=P(P(x))-1$
Β4 : Για την παραγωγή x μονάδων ενός προϊόντος την εβδομάδα μία εταιρία έχει κόστος K(x) = 500x + 50000 ευρώ. Τις x μονάδες την εβδομάδα τις διαθέτει η εταιρία στην τιμή T(x) = 2000 – 2x ευρώ την εβδομάδα.
α) Να βρείτε το πολυώνυμο που δίνει το κέρδος από την πώληση x μονάδων από το προϊόν την εβδομάδα.
β) Να βρείτε το κόστος όταν δεν παράγει προϊόν και να το δικαιολογήσετε.
γ) Να βρείτε το κέρδος αν πουλήσει 100 μονάδες την εβδομάδα.