ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.3
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ :
ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ- ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

1. Σύνοψη Θεωρίας - Ορισμοί

- Γνωρίζουμε ότι η πρόσθεση όμοιων μονωνύμων δίνει ένα μονώνυμο. Όταν προσθέτουμε ανόμοια μονώνυμα το αποτέλεσμα είναι μια νέα αλγεβρική παράσταση. Αυτή η αλγεβρική παράσταση που αποτελείται από άθροισμα ανόμοιων μονωνύμων ονομάζεται **πολυώνυμο**. Π.χ $4\alpha^3\beta^2+2\alpha\beta^2-8\alpha^5\beta$
- ***Όρος πολυωνύμων*** : Κάθε μονώνυμο που περιέχεται σε ένα πολυώνυμο ονομάζεται **όρος** του πολυωνύμου.
  Π.χ για το πολυώνυμο $3x^2y+4xy-19xy^3$ οι όροι είναι: $3x^2y$, $4xy$ και $-19xy^3$
- Ένα πολυώνυμο που έχει δύο όρους ονομάζεται **διώνυμο**.
- Ένα πολυώνυμο που έχει τρεις όρους ονομάζεται **τριώνυμο**.
- **Βαθμός** πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του.
  Π.χ. το $3x^2y+4xy-19xy^3$ είναι $2^{ου}$ βαθμού ως προς x, $3^{ου}$ βαθμού ως προς y και $4^{ου}$ βαθμού ως προς x και y
- Κάθε αριθμός μπορεί να θεωρηθεί και πολυώνυμο βαθμού 0. Όλοι οι αριθμοί εκτός από το μηδέν λέγονται **σταθερά πολυώνυμα**.
- Το 0 λέγεται **μηδενικό πολυώνυμο** και δεν έχει βαθμό.

Ονομασία πολυωνύμου : Τα πολυώνυμα ονομάζονται με ένα κεφαλαίο γράμμα συνήθως P, Q, R κ.τ.λ. Αν το πολυώνυμο έχει μόνο μία μεταβλητή μπορούμε να το γράψουμε : P(x), Q(x), R(x) αν η μεταβλητή είναι το x. Π.χ. $P(x)=-\frac{4}{5}x^2-2x+\sqrt{2}$

- Συνηθίζουμε να γράφουμε τα πολυώνυμα μιας μεταβλητής σε φθίνουσα σειρά βαθμών. Π.χ. $P(x)=-4x^3+3x^2+2x-1$
- **Αριθμητική τιμή** ή **τιμή** του πολυωνύμου P(x) για x = α είναι ο αριθμός που προκύπτει αν στο πολυώνυμο αντικαταστήσουμε όπου x το α. Συμβολίζεται P(α).
  Π.χ. Αν $P(x)=5x^3-4x^2+3x$ η αριθμητική τιμή του για x - -3 είναι :
  $P(-3)=5(-3)^3-4(-3)^2+3(-3)=5(-27)-4\cdot9-9=-135-36-9=-170$
- **Ίσα πολυώνυμα** ονομάζονται τα πολυώνυμα που αποτελούνται από ίσα μονώνυμα.
- Αν σε ένα πολυώνυμα υπάρχουν όμοια μονώνυμα τότε μπορούμε να τα αντικαταστήσουμε με το άθροισμά τους . Αυτή η διαδικασία ονομάζεται **αναγωγή ομοίων όρων**. Π.χ.
  $P(x)=4x^3-5x^2+7x^3+2x-9x^2=4x^3+7x^3-5x^2-9x^2+2x=11x^3-14x^2+2x$

Πρόσθεση – Αφαίρεση Πολυωνύμων

Για να προσθέσουμε πολυώνυμα ακολουθούμε τους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων δηλαδή όταν ανοίγουμε την παρένθεση αν μπροστά από την παρένθεση υπάρχει "+" τα πρόσημα μένουν ως έχουν. Αν μπροστά από την παρένθεση υπάρχει "-" αλλάζουν τα πρόσημα.

Ασκήσεις

ΘΕΜΑ Α: Ερωτήσεις Θεωρίας & Κατανόησης

Α1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστές (Σ)** ή **Λανθασμένες (Λ)**:

α) Αν $P(x)=2x^2(x^4-1)$ τότε $P(-x)=P(x)$.

β) Το πολυώνυμο P(x) = -2 είναι μηδενικού βαθμού.

γ) Τα πολυώνυμα P(x) και P(2x) είναι ίδιου βαθμού.

δ) Αν ένα πολυώνυμο P(x) είναι $3^{ου}$ βαθμού τότε το $P^2(x)$ είναι $6^{ου}$ βαθμού.

ε) Αν δύο πολυώνυμα δεν έχουν βαθμό τότε είναι ίσα.

Α2. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις :

1. Αν για το πολυώνυμο P(x) ισχύει $(x^3+2)P(x)+3=x^5-2x+1$ τότε το P(x) είναι :

α) τρίτου βαθμού β) τέταρτου βαθμού

γ) πρώτου βαθμού δ) δευτέρου βαθμού

2. Αν x^2 = x + 3 τότε x^3 =

α) x +6 β) x^2+2x+3 γ) 4x + 3 δ) $4x^2+3$ ε) x^2+7

3. Αν $x=\frac{1}{6}$ τότε η παράσταση $(2-\frac{1}{2x})\cdot(3-\frac{1}{3x})$ ισούται με :

α) -12 β) -2 γ) $\frac{25}{2}$ δ) 1 ε) 12

ΘΕΜΑ Β:

Β1 : Δίνονται οι παρακάτω παραστάσεις :

$A=x^6-2x+\sqrt{x}$ $B=-x^3-2x+x^2-1$

$\Gamma=x^{-2}+4x+7$ $\Delta=\frac{3}{5}$

α) Ποιες από τις παραστάσεις παριστάνουν πολυώνυμα;

β) Να διατάξετε τα πολυώνυμα κατά φθίνουσες δυνάμεις

γ) Ποιος είναι ο βαθμός του κάθε πολυωνύμου;

Β2 : Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x)=4x^2-2ax+3$.

α) Να βρείτε την τιμή του α ώστε P(-2) =-1 -α.

β) Για α = -4 να λύσετε την εξίσωση P(0) + 4x – 2 P(1) = 3x.

Β3 : Δίνεται το πολυώνυμο : $A(x)=\kappa x^2-\lambda x+3$

α) Αν A(x) + A(-x) = 8x +3 να βρείτε το λ.

β) Για την τιμή του λ που βρήκατε, να υπολογίσετε το κ όταν A(1) = 10