

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1 Β

## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ : ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ονοματεπώνυμο: ..... Τμήμα: ..... Ημερομηνία: .....

## 1. Σύνοψη Θεωρίας &amp; Ιδιοτήτων Δυνάμεων

| Ιδιότητα                             | Μαθηματικός Τύπος                                                           | Παράδειγμα / Σημείωση                       |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Γινόμενο δυνάμεων με ίδια βάση       | $a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{(\mu+\nu)}$                                     | $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$                 |
| Πηλίκο δυνάμεων με ίδια βάση         | $\frac{a^{\mu}}{a^{\nu}} = a^{(\mu-\nu)}$                                   | $\frac{5^6}{5^4} = 5^2 = 25$                |
| Δύναμη γινομένου                     | $(a \cdot b)^{\nu} = a^{\nu} \cdot b^{\nu}$                                 | $(2 \cdot x)^3 = 8x^3$                      |
| Δύναμη πηλίκου                       | $\left(\frac{a}{b}\right)^{\nu} = \frac{a^{\nu}}{b^{\nu}}$                  | $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ |
| Δύναμη σε δύναμη & Αρνητικός Εκθέτης | $(a^{\mu})^{\nu} = a^{(\mu \cdot \nu)}$<br>$a^{(-\nu)} = \frac{1}{a^{\nu}}$ | $(3^2)^3 = 3^6$<br>$2^{(-3)} = \frac{1}{8}$ |

## ΘΕΜΑ Α: Ερωτήσεις Θεωρίας &amp; Κατανόησης

**A1.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστές (Σ)** ή **Λανθασμένες (Λ)**:

- α) Για κάθε μη μηδενικό πραγματικό αριθμό  $a$  ισχύει  $a^0 = 1$ . [   ]
- β) Η δύναμη  $(-3)^4$  είναι αρνητικός αριθμός επειδή η βάση είναι αρνητική. [   ]
- γ) Ισχύει ότι  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$  για οποιουδήποτε αριθμούς  $a, b$ . [   ]
- δ) Ισχύει ότι  $a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{(\mu \cdot \nu)}$  για κάθε  $a \neq 0$ . [   ]
- ε) Ο αντίστροφος του αριθμού  $2^{-3}$  είναι ο αριθμός  $2^3$ . [   ]

**A2.** Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες:

- α) Αν  $a \neq 0$  και  $n$  φυσικός αριθμός, τότε  $a^{-n} = \dots\dots\dots$
- β) Αν η βάση  $a$  είναι αρνητικός αριθμός και ο εκθέτης  $n$  είναι άρτιος, τότε το πρόσημο της δύναμης  $a^n$  είναι  $\dots\dots\dots$

γ) Το γινόμενο  $(\alpha \cdot \beta)^\gamma$  είναι ίσο με .....

### ΘΕΜΑ Β: Εφαρμογή Ιδιοτήτων Δυνάμεων

**B1.** Να γραφούν ως μία δύναμη οι παρακάτω παραστάσεις:

α)  $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^{-2}$

β)  $\frac{(2^3)^4}{2^5}$

γ)  $\frac{(-5)^7}{(-5)^3}$

δ)  $\frac{4^5 \cdot 2^5}{8^3}$

**B2.** Να υπολογίσετε την τιμή των αριθμητικών παραστάσεων:

α)  $A = (-1)^{2024} + (-1)^{2025} - (-2)^3$

β)  $B = 2^{-3} + 4^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

γ)  $\Gamma = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-3} + \frac{(-2)^4}{2^3}$

### ΘΕΜΑ Γ: Σύνθετες Αριθμητικές Παραστάσεις

**Γ1.** Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{[(-2)^3 \cdot 2^{-4}]^{-2}}{4^2} \text{ και } B = \frac{3^5 \cdot 9^{-2}}{27^{-1}} \cdot 3^4$$

α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B δείχνοντας ότι  $A = 1$  και  $B = 3$ .

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $K = A^{-5} + B^2 - (A + B)^0$ .

**Γ2.** Να απλοποιηθεί το σύνθετο κλάσμα: 
$$\Delta = \frac{2^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}{3^{-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

**ΘΕΜΑ Δ: Δ1. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση:** 
$$P(x, y) = \frac{(x^{-2} \cdot y^3)^{-2} \cdot (x^3 \cdot y^{-1})^4}{(x^8 \cdot y^{-2})}$$

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση  $P(x, y)$  ώστε να πάρει τη μορφή  $x^a \cdot y^b$ .

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $P(x, y)$  για  $x = 2026$  και  $y = \frac{1}{2026}$ .

**Δ2.** Αν  $n$  φυσικός αριθμός, να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης:  $A = \frac{3^{n+2} - 3^n}{3^{n+1} + 3^n}$  είναι ανεξάρτητη του  $n$  και να βρείτε την τιμή της.