ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1 Γ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ : ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. Σύνοψη Θεωρίας

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού x, ονομάζεται ο θετικός αριθμός α = $\sqrt{x}$ για τον οποίο ισχύει ότι : αν ο αριθμός α υψωθεί στο τετράγωνο δίνει τον αριθμό x. Δηλαδή : $x=\alpha^2$.

ΠΡΟΣΟΧΗ! Δεν υπάρχει η τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού.

Επειδή α = $\sqrt{x}$, ισχύει ότι $\alpha^2=x$ και ότι $\sqrt{x^2}=|x|$. (Στην περίπτωση που $x\geq 0$, $\sqrt{x^2}=x$)

Ιδιότητα	Μαθηματικός Τύπος	Παράδειγμα / Σημείωση
Για τους θετικούς αριθμούς α, β, x ($\alpha\geq 0, \beta>0, x>0$)		
Γινόμενο τετραγωνικών ριζών	$\sqrt{\alpha\cdot\beta}=\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$	$\sqrt{5\cdot 6}=\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}$
Πηλίκο τετραγωνικών ριζών	$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}=\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$, $\beta\neq 0$	$\sqrt{\frac{2}{x}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$, $x\neq 0$

ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ : $\sqrt{\alpha+\beta}\neq\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$

$\sqrt{\alpha-\beta}\neq\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}$, $\alpha,\beta\geq 0$

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ ΠΑΡΑΝΟΜΑΣΤΗ ΜΕ ΡΙΖΑ :

Οι παραστάσεις $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ και $\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}$ ονομάζονται **συζυγείς παραστάσεις**.

Τα κλάσματα δεν θέλουμε να έχουν ρίζα στον παρανομαστή. Για το λόγο αυτό πρέπει να αφαιρέσουμε τη ρίζα από τον παρανομαστή.

Μεθοδολογία : Αν ο παρανομαστής έχει μόνο ρίζα ή γινόμενο ριζών πολλαπλασιάζουμε αριθμητή και παρανομαστή με την (τις) ρίζα.

$$\frac{3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}=\frac{3\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}=\frac{3\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}{5\cdot 3}=\frac{3\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}{15}$$

ΘΕΜΑ Α: Ερωτήσεις Θεωρίας & Κατανόησης

Α1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):**

α) Ισχύει $\sqrt{a^2}=a$ για κάθε πραγματικό αριθμό α. [ ]

β) Ισχύει $\sqrt{(-4)^2}=-4$. [ ]

γ) Ισχύει $\sqrt{a^2\cdot\beta^2}=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{\beta^2}$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β. [ ]

δ) Ισχύει ότι $\sqrt{a^2+\beta}=|a|+\sqrt{\beta}$ για κάθε α πραγματικό και β μη αρνητικό. [ ]

ε) Ισχύει ότι $\sqrt{4}=2$ ή $\sqrt{4}=-2$. [ ]

Α2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

				Άθροισμα		Γινόμενο	
α	β	$\sqrt{a}$	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{a+\beta}$	$\sqrt{a}+\sqrt{\beta}$	$\sqrt{a\cdot\beta}$	$\sqrt{a}\cdot\sqrt{\beta}$
4	49						
25	324						
169	196						

ΘΕΜΑ Β: Εφαρμογή Ιδιοτήτων Ριζών

Β1. Να απλοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις:

α) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}+\sqrt{7+\sqrt{4}}-\sqrt{3-\sqrt{4}}$

β) $5\sqrt{\sqrt{16}}-\sqrt{20\cdot\sqrt{25}}+\sqrt{2\cdot\sqrt{64}}$

γ) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{6}{2}}\cdot\sqrt{\frac{8}{4}}$

δ) $\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$

ε) $\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}$

στ) $\sqrt{72}-2\sqrt{50}+4\sqrt{162}-10\sqrt{32}$

Β2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρανομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{3}{2\cdot\sqrt{3}}$ γ) $\frac{4}{-\sqrt{5}}$ δ) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}$