

B1.4 Πυθαγόρειο Θεώρημα

Κυριακή, 16 Ιανουαρίου 2022 2:00 μμ

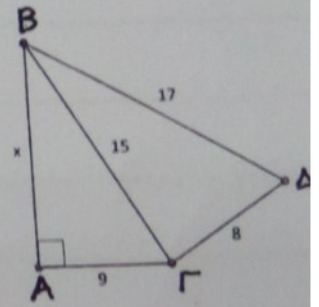
ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $ΑΓ = 9$, $ΓΔ = 8$, $ΒΔ = 17$, $ΒΓ = 15$ και η γωνία Α είναι ορθή.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο και να γράψετε ποια γωνία του είναι ορθή.

β) Να υπολογίσετε την άγνωστη πλευρά ΑΒ

γ) Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΓ και ΒΓΔ και του τετραπλεύρου ΑΓΔΒ



α) Η μεγαλύτερη πλευρά του $\triangle BGD$ είναι η $BD = 17$

Θα ελέγξουμε αν ισχύει το αντίστροφο του Πυθαγορείου (θεωρήματα)

$$BD^2 = 17^2 = 289$$

$$BG^2 = 15^2 = 225$$

$$GD^2 = 8^2 = 64$$

$$\left. \begin{array}{l} BG^2 + GD^2 = 225 + 64 \\ = 289 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$BD^2 = BG^2 + GD^2$$

Άρα, από το αντίστροφο του Πυθαγορείου (θεωρήματα) το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο και η ΒΔ είναι η υποτείνουσα του τριγώνου.

Η $\hat{\Gamma}$ είναι η ορθή γωνία του $\triangle BGD$

β) Το $\triangle ABG$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο άρα ισχύει το Πυθαγόρειο Θεώρημα

Η \hat{A} είναι ορθή γωνία

Η ΒΓ είναι η υποτείνουσα του τριγώνου

Πυθαγόρειο Θέωρημα

$$AB^2 + AG^2 = BG^2$$

$$x^2 + 9^2 = 15^2$$

$$x^2 + 81 = 225$$

$$x^2 = 225 - 81$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12$$

$$\beta) (ABG) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AG =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9$$

$$= 6 \cdot 9$$

$$= 54$$

$$(BGD) = \frac{1}{2} \cdot BG \cdot GD =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8 =$$

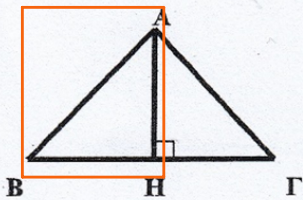
$$= 4 \cdot 15$$

$$= 60$$

$$(AGAB) = (ABG) + (BGD)$$

$$= 54 + 60$$

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και ονομάζουμε AH το ύψος του. Αν $AB = 10\text{cm}$, $BH = 8\text{cm}$, $\Gamma H = 5\text{cm}$, να υπολογίσετε :



- A. το ύψος AH .
- B. την πλευρά $A\Gamma$.
- Γ. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

A. Το AH είναι ύψος του $\triangle AB\Gamma$ άρα \hat{H} είναι ορθή γωνία
 Το τρίγωνο ABH είναι ορθογώνιο τρίγωνο
 Άρα ισχύουν οι προϋποθέσεις του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
 Η AB είναι υποθένη του $\triangle ABH$

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$AH^2 + 8^2 = 10^2$$

$$AH^2 + 64 = 100$$

$$AH^2 = 100 - 64$$

$$AH^2 = 36$$

$$AH = \sqrt{36}$$

$$AH = 6$$

B. Το τρίγωνο $AH\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο
 Άρα ισχύουν οι προϋποθέσεις του Πυθαγορείου Θεωρήματος
 Η $A\Gamma$ είναι υποθένη του $\triangle AH\Gamma$

Η ΑΓ είναι υποτείνουσα του $\triangle AAG$
ΑΗ, ΗΓ είναι οι κάθετες υψώσεις του $\triangle AHG$

$$AG^2 = AH^2 + HG^2$$

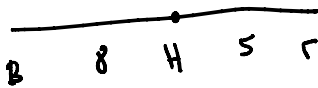
$$AG^2 = 6^2 + 5^2$$

$$AG^2 = 36 + 25$$

$$AG^2 = 61$$

$$AG = \sqrt{61}$$

Γ.



$$B\Gamma = BH + H\Gamma = 8 + 5 = 13$$

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot B\Gamma \cdot AH$$

$$E_{\text{τρ}} = \frac{1}{2} \cdot \text{βάση} \cdot \text{ύψος}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 6$$

$$= 3 \cdot 13$$

$$= 39$$