1ο Κριτήριο αξιολόγησης στην Τριγωνομετρία

Θέμα Α

1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση. Στη συνέχεια να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

α) Υπάρχει γωνία που το ημίτονο και το συνημίτονο να είναι ίσα.

β) Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε εφΓ=1, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

γ) $\eta\mu 30^\circ < \eta\mu 60^\circ$.

δ) $\sigma\upsilon\nu 33^\circ < \sigma\upsilon\nu 62^\circ$.

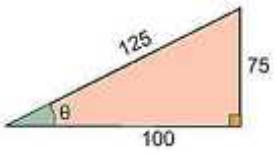
ε) Αν ω οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, τότε $\eta\mu\omega = \dfrac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$.

2. Να βάλετε σε κύκλο τις τιμές που δε μπορούν να εκφράζουν το συνημίτονο οξείας γωνίας:

$$\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{13}{2},\ \frac{\sqrt{5}}{4},\ 1,45$$

3. Στο διπλανό σχήμα είναι:

$\eta\mu\theta = ...$ $\sigma\upsilon\nu\theta = ...$ $\varepsilon\varphi\theta = ...$



Θέμα Β

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A} = 90^\circ\right)$ με $B\Gamma = 26cm$ και $\eta\mu B = \dfrac{12}{13}$. Να υπολογίσετε τις πλευρές ΑΒ, ΑΓ του τριγώνου.

Θέμα Γ

Στο διπλανό τραπέζιο ΑΒΓΔ να υπολογίσετε:

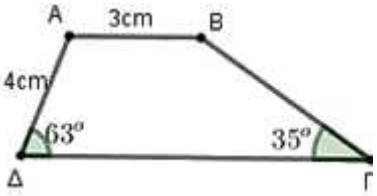
α) Το ύψος του.

β) Τη μεγάλη βάση ΓΔ.

γ) Το εμβαδόν του.

Δίνονται: $\eta\mu 63^\circ \simeq 0,9,\ \sigma\upsilon\nu 63^\circ \simeq 0,45,\ \varepsilon\varphi 63^\circ \simeq 1,96$,

$\eta\mu 35^\circ \simeq 0,57,\ \sigma\upsilon\nu 35^\circ \simeq 0,82,\ \varepsilon\varphi 35^\circ \simeq 0,7$



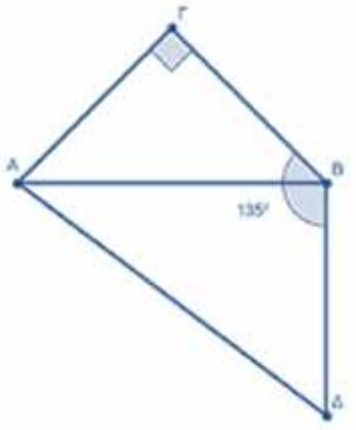
Θέμα Δ

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΓ=ΒΓ,ΑΒ= 6 και $\eta\mu\Delta = \dfrac{3}{5}$. Να υπολογίσετε:

α) Το μήκος της ΑΓ.

β) Το μήκος της ΑΔ.

γ) Την περίμετρο του ΑΓΒΔ.



Λύσεις

Θέμα Α

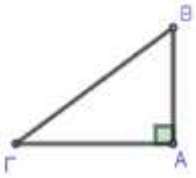
1. α) Σ β) Σ γ) Σ δ) Λ ε) Λ

2. $\frac{13}{2},\ 1,45$

3. $\eta\mu\theta=\frac{75}{125}$ $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{100}{125}$ $\varepsilon\varphi\theta=\frac{75}{100}$

Θέμα Β

$\eta\mu\beta=\frac{A\Gamma}{B\Gamma}$ ή $\frac{12}{13}=\frac{A\Gamma}{26}$ ή $13A\Gamma=12\cdot 26$ ή $A\Gamma=\frac{12\cdot \cancel{26}^{2}}{\cancel{13}^{1}}=24\text{cm}$



Από το πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

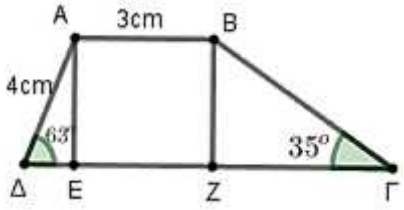
$AB^2=B\Gamma^2-A\Gamma^2=26^2-24^2=676-596=80$ άρα $AB=\sqrt{80}\simeq 9$.

Θέμα Γ

α) Έστω ΑΕ, ΒΖ ύψη του τραπεζίου.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΔ είναι

$\eta\mu 63^\circ=\frac{AE}{A\Delta}$ ή $0,9=\frac{AE}{4}$ ή $AE=0,9\cdot 4=3,6\text{cm}$



β) $\sigma\upsilon\nu 63^\circ=\frac{\Delta E}{A\Delta}$ ή $0,45=\frac{\Delta E}{4}$ ή $\Delta E=1,8$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ είναι $\varepsilon\varphi 35^\circ=\frac{BZ}{Z\Gamma}$ ή $0,7=\frac{3,6}{Z\Gamma}$ ή $0,7\cdot Z\Gamma=3,6$ ή $Z\Gamma=\frac{3,6}{0,7}\simeq 5,1$

Είναι $\Delta\Gamma=\Delta E+EZ+Z\Gamma=1,8\text{cm}+3\text{cm}+5,1\text{cm}=9,9\text{cm}$.

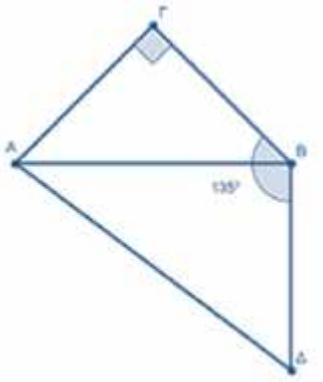
γ) $E=\frac{(AB+\Gamma\Delta)AE}{2}=\frac{(5+9,9)\cdot 3,6}{2}=\frac{14,9\cdot 3,6}{2}=26,82\text{cm}^2$

Θέμα Δ

α) Έστω ότι $A\Gamma=B\Gamma=x$, τότε από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$A\Gamma^2+B\Gamma^2=AB^2$ ή $x^2+x^2=6^2$ ή $2x^2=36$ ή $x^2=\frac{36}{2}$ ή

$x^2=18$ ή $x=\sqrt{18}=\sqrt{9\cdot 2}=3\sqrt{2}$



β΄ τρόπος

$A\hat{B}\Gamma=135^\circ-90^\circ=45^\circ$ και

$\eta\mu A\hat{B}\Gamma=\frac{A\Gamma}{AB}$ ή $\eta\mu 45^\circ=\frac{x}{6}$ ή $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x}{6}$ ή

$2x=6\sqrt{2}$ ή $x=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

β) $\eta\mu\Delta = \dfrac{AB}{A\Delta}$ ή $\dfrac{3}{5} = \dfrac{3\sqrt{2}}{A\Delta}$ ή $3A\Delta = 15\sqrt{2}$ ή $A\Delta = \dfrac{15\sqrt{2}}{3} = 5\sqrt{2}$.

γ) Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ έχουμε:

$B\Delta^2 = A\Delta^2 - AB^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 + 6^2 = 25\cdot 2 - 36 = 14$ άρα $B\Delta = \sqrt{14}$

Η περίμετρος του ΑΓΒΔ είναι: $A\Gamma + AB + B\Delta + A\Delta = 2\cdot 3\sqrt{2} + \sqrt{14} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2} + \sqrt{14}$