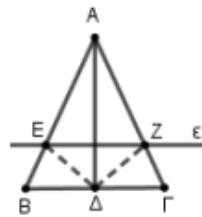


4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΑΠΕΖΑ

34399. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ και μια ευθεία (ϵ) παράλληλη προς τη $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

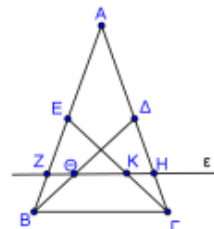
- α) Το τρίγωνο $A\epsilon Z$ είναι ισοσκελές.
- β) Τα τρίγωνα $A\epsilon\Delta$ και $A\Delta Z$ είναι ίσα.



1744. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE . Μια ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE στα σημεία Θ και K αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) $BZ = \Gamma H$.
- β) τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα.
- γ) $ZK = H\Theta$.

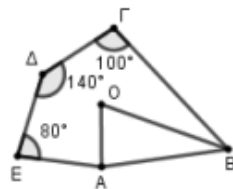


13843. Έστω ότι οι ευθείες $x'x$ και $y'y$ εφάπτονται στον κύκλο (O,R) στα άκρα μιας διαμέτρου του AB . Να αποδείξετε ότι:

- α) οι ευθείες $x'x$ και $y'y$ είναι παράλληλες.
- β) οι διχοτόμοι των γωνιών $B\Delta x$ και ABy τέμνονται σε σημείο M .
- γ) το σημείο M είναι το μέσο του ημικυκλίου AB .
- δ) αν η διχοτόμος της γωνίας $B\Delta x$ τέμνει την $y'y$ στο σημείο Γ και η διχοτόμος της γωνίας ABy τέμνει την $x'x$ στο σημείο Δ , τότε $M\Gamma = M\Delta$.

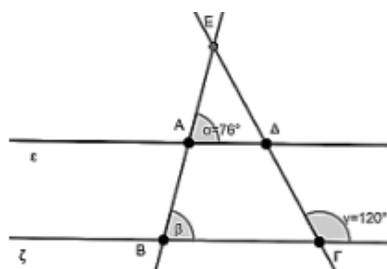
12640. Στο κυρτό πολύγωνο $AB\Gamma\Delta E$, οι διχοτόμοι των γωνιών του A και B τέμνονται στο O . Αν η γωνία του Γ ισούται με 100° , η γωνία του Δ ισούται με 140° και η γωνία του E ισούται με 80° τότε, να υπολογίσετε:

- α) το μέτρο του αθροίσματος $\hat{A} + \hat{B}$.
- β) το μέτρο της γωνίας AOB .



13741. Στο σχήμα που ακολουθεί οι ευθείες ϵ και ζ είναι παράλληλες. Αν είναι $\hat{\alpha} = 76^\circ$ και $\hat{\gamma} = 120^\circ$, να υπολογίσετε :

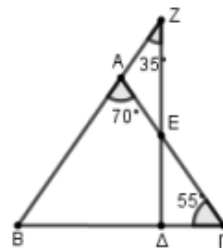
- α) Τη γωνία $\hat{\beta}$.
- β) Τις γωνίες του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$.
- γ) Τη γωνία $\hat{E}$ του τριγώνου $EA\Delta$.



12707. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 70^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 55^\circ$. Προεκτείνουμε την πλευρά BA προς το σημείο A και παίρνουμε στην προέκταση σημείο Z ώστε $B\hat{Z}\Delta = 35^\circ$, όπου Δ εσωτερικό σημείο της $B\Gamma$.

Η $Z\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

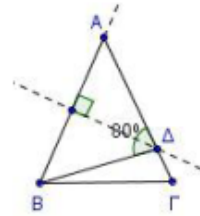
- α) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
- β) $Z\hat{\Delta}B = 90^\circ$.
- γ) το τρίγωνο AZE είναι ισοσκελές.



34418. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η εξωτερική γωνία A είναι διπλάσια της εσωτερικής γωνίας $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$.

β) Έστω ότι η μεσοκάθετος της πλευράς AB τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ σε εσωτερικό σημείο Δ . Αν η γωνία $\hat{A}\hat{\Delta}B$ ίση με 80° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

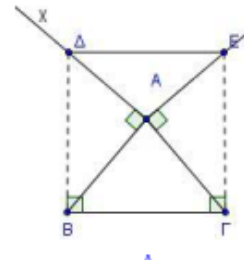


34422. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Φέρουμε εκτός του τριγώνου τις ημιευθείες Ax και Ay τέτοιες ώστε $Ax \perp AB$ και $Ay \perp A\Gamma$.

Οι κάθετες στην πλευρά $B\Gamma$ στα σημεία B και Γ τέμνουν τις Ax και Ay στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$.

β) Αν η γωνία $B\hat{A}\hat{\Gamma}$ είναι ίση με 80° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου που έχει για κορυφές τα σημεία A , E και Δ .



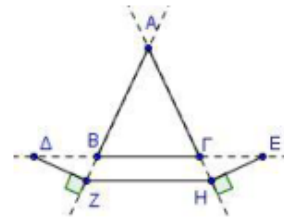
34500. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και σημεία Δ και E στην ευθεία $B\Gamma$ τέτοια, ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Έστω $\Delta Z \perp AB$ και $E\hat{H} \perp A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $BZ = \Gamma H$.

ii. Το τρίγωνο AZH είναι ισοσκελές.

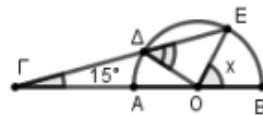
β) Αν $\hat{A} = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AZH .



34505. Σε ημικύκλιο διαμέτρου AB προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A και παίρνουμε ένα σημείο Γ . Θεωρούμε E ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓE με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα $\Gamma\Delta$ ισούται με το OB και η γωνία $B\hat{\Gamma}E$ είναι 15° , τότε

α) να αποδείξετε ότι $O\hat{\Delta}E = 30^\circ$.

β) να υπολογίσετε τη γωνία $E\hat{O}B = x$.



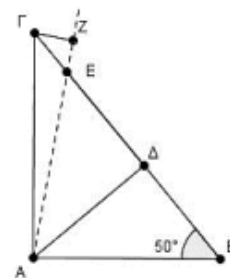
1708. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 50^\circ$, το ύψος του $A\Delta$ και σημείο E στην $\Delta\Gamma$ ώστε $\Delta E = B\Delta$. Το σημείο Z είναι η προβολή του Γ στην AE .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές.

ii. $\Gamma\hat{A}E = 10^\circ$.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $Z\Gamma E$.



11882. Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$, $A\Delta E$ και ΔZH είναι ορθογώνια με ορθές γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$, $\hat{A}\hat{E}\hat{\Delta}$ και $\hat{\Delta}\hat{Z}\hat{H}$, αντίστοιχα. Επίσης $A\Gamma = A\Delta$ και $B\Gamma = \Delta Z$. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Gamma$ και ΔE είναι ίσα.

β) Η ΔH είναι διχοτόμος της γωνίας $E\hat{H}Z$.

γ) Αν, επιπλέον, οι $A\Delta$ και ΔH είναι κάθετες, τότε $A\hat{\Delta}E = \frac{E\hat{H}Z}{2}$.

