

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΕΦ. 10 ΕΜΒΑΔΑ (ΤΡΑΠΕΖΑ)

16102. Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από το κέντρο O φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τις πλευρές AB και $\Gamma\Delta$ στα σημεία E και Z όπως φαίνεται στο σχήμα.

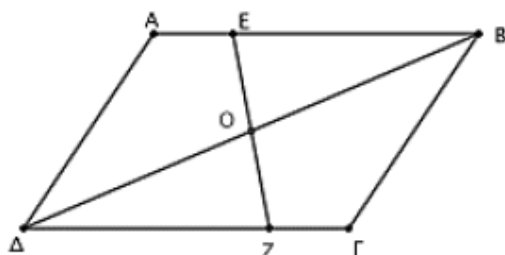
Να αποδείξετε ότι:

α) $(\Delta OZ) = (BOE)$.

(Μονάδες 10)

β) $(\Delta OEA) = (B\Gamma ZO)$.

(Μονάδες 15)



18550. Η περίμετρος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι 36 και το E είναι σημείο στην πλευρά AB . Τα μήκη των τμημάτων x , y , z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2, 4, 3 αντίστοιχα.

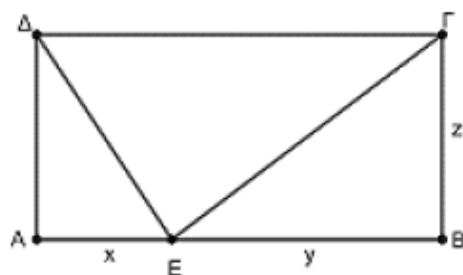
α) Να αποδείξετε ότι $x = 4$, $y = 8$ και $z = 6$.

(Μονάδες 13)

β) i. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $\Gamma E\Delta$.

ii. Να βρεθεί ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου $\Gamma E\Delta$ προς το εμβαδό του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$.

(Μονάδες 12)



18559. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά $B\Gamma$ έχει μήκος 3 και η πλευρά $A\Gamma$ είναι ίση με 4.

Αν $BE=5$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος AE είναι κάθετη στην πλευρά $A\Gamma$.

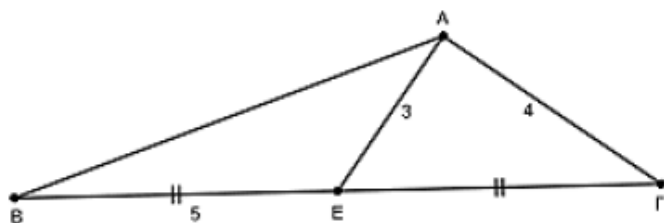
(Μονάδες 10)

β) i. Να δικαιολογήσετε γιατί $(ABE) = (A\Gamma E)$.

(Μονάδες 05)

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 10)



18560. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Gamma=13$ και $\Gamma\Delta=14$. Αν ΓE είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά AB και το τμήμα AE έχει μήκος 9, τότε:

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓE .

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό
i. του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

(Μονάδες 12)

ii. του τραπεζίου $A\Gamma E\Delta$.

21101. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $B\Gamma = \sqrt{3}$, $AB = \sqrt{2}$, $A\Gamma = 1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\angle A = 90^\circ$.

(Μονάδες 09)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 07)

γ) Να υπολογίσετε το ύψος AD .

(Μονάδες 09)

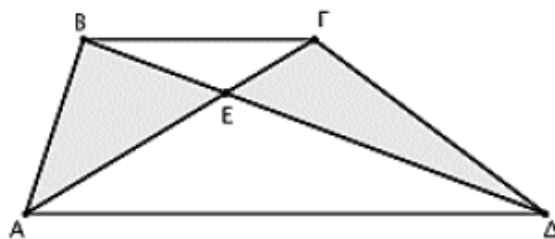
22032. Θεωρούμε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($B\Gamma \parallel A\Delta$) και έστω E το σημείο τομής των διαγωνίων του $A\Gamma$ και $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma\Delta$ είναι ισοδύναμα.

(Μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των γραμμοσκιασμένων τριγώνων ABE και $\Delta\Gamma E$.

(Μονάδες 12)



22035. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $AB = 60$ m, $B\Gamma = 80$ m, $\Delta = 60^\circ$ και $A\Delta = \Gamma\Delta$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου AG .

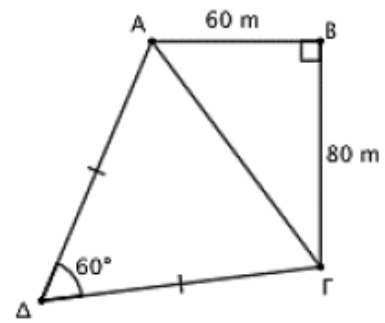
(Μονάδες 09)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 04)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος;

(Μονάδες 12)



22231. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος το AH είναι ύψος και το Δ σημείο του AH . Δίνονται $AB = 20$, $BH = 12$, $\Gamma H = 5$, και ότι το εμβαδόν του $AB\Delta$ είναι $(AB\Delta) = 24$.

α) Να αποδείξετε ότι $AH = 16$.

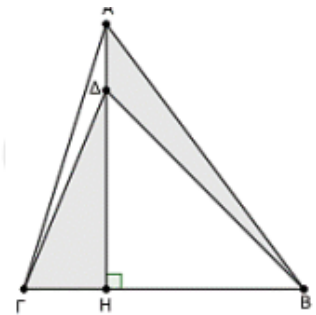
(Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = 4$.

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta H$.

(Μονάδες 6)



22396. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και έστω Δ η προβολή του σημείου B πάνω στην ευθεία $A\Gamma$. Έστω $A\Delta = 3$ και $\Delta\Gamma = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $B\Delta = 4$.

(Μονάδες 6)

ii. $(AB\Gamma) = 10$.

(Μονάδες 6)

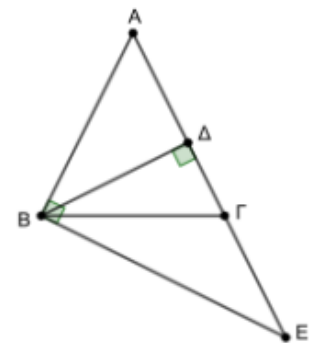
β) Έστω ότι η κάθετη της AB στο σημείο B , τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο E . Να βρείτε:

i. Το μήκος του ΔE .

(Μονάδες 6)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma E$.

(Μονάδες 7)



15978. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος, τα Δ , E , Z , είναι σημεία των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ αντίστοιχα, ώστε:

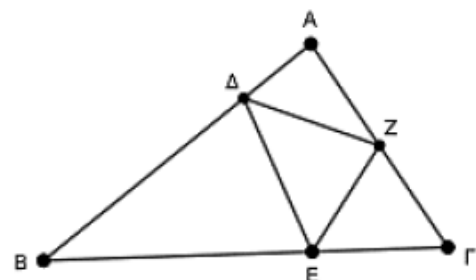
$$A\Delta = \frac{1}{4} AB, BE = \frac{2}{3} B\Gamma \text{ και } \Gamma Z = \frac{1}{2} A\Gamma. \text{ Να αποδείξετε ότι:}$$

α) $(A\Delta Z) = \frac{1}{8} (AB\Gamma)$, $(BE\Delta) = \frac{1}{2} (AB\Gamma)$, $(\Gamma EZ) = \frac{1}{6} (AB\Gamma)$.

(Μονάδες 15)

β) $(\Delta EZ) = \frac{5}{24} (AB\Gamma)$

(Μονάδες 10)



17346. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6$, $B\Gamma = 4$ και $B = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2\sqrt{7}$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 8)

Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$.

16806. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς AB φέρουμε παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E .

α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\frac{(A\Delta E)}{(\Delta EB)} = \frac{A\Delta}{\Delta B}$ και $\frac{(A\Delta E)}{(\Delta E\Gamma)} = \frac{AE}{E\Gamma}$.

(Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι $(\Delta EB) = (\Delta E\Gamma)$.

(Μονάδες 12)

21838. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB=8$, $A\Gamma=12$ και γωνία

$$A = 60^\circ.$$

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι

$$(AB\Gamma) = 24\sqrt{3}.$$

(Μονάδες 13)

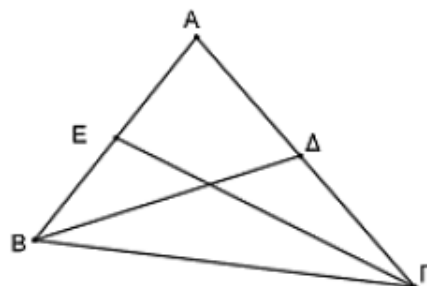
β) Αν $B\Delta$ και ΓE διάμεσοι του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα $B\Gamma E$ και $A\Gamma E$ είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 4)

ii. Τα τρίγωνα $EB\Gamma$ και $\Delta\Gamma B$ είναι ισοδύναμα με

$$(EB\Gamma) = (\Delta\Gamma B) = 12\sqrt{3}.$$

(Μονάδες 8)

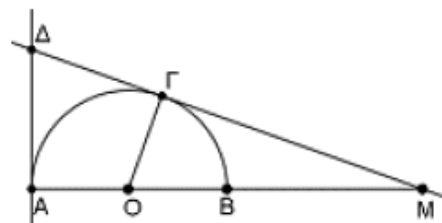


18370. Δίνεται ημικύκλιο κέντρου O και διαμέτρου $AB = 2\rho$. Στην προέκταση του AB προς το B , θεωρούμε σημείο M . Από το M φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα $M\Gamma$ στο ημικύκλιο. Αν η εφαπτόμενη του ημικυκλίου στο σημείο A τέμνει την προέκταση της $M\Gamma$ στο Δ τότε:

α) Αν $BM = 2\rho$ να αποδείξετε ότι $M\Gamma = 2\sqrt{2}\rho$. (Μονάδες 09)

β) i. Να αποδείξετε ότι $\frac{MO}{M\Gamma} = \frac{MA}{MA}$. (Μονάδες 09)

ii. Αν για το M ισχύει ότι $BM = \lambda \cdot \rho$, όπου λ θετικός αριθμός, να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ , τέτοια ώστε $(A\Delta M) = 9(MO\Gamma)$. (Μονάδες 07)



22023. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς AB φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά $B\Gamma$ η οποία τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών $\frac{(A\Delta E)}{(AB\Gamma)}$ όταν το σημείο Δ είναι μέσο της AB .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη θέση του σημείου Δ ώστε $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{2}{9}$. (Μονάδες 05)

