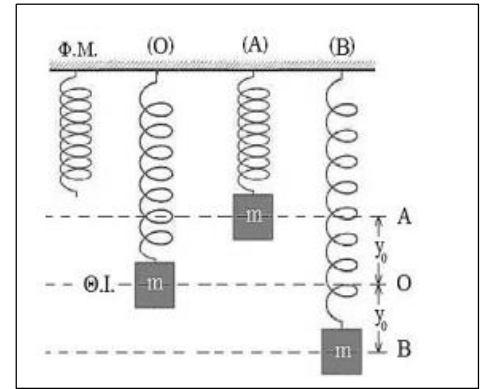


ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

14975. Ένα ελατήριο με φυσικό μήκος (Φ.Μ.) κρέμεται από το ταβάνι. Τοποθετείται στο ελατήριο ένα σώμα μάζας m και ισορροπεί στη θέση O (Θ.Ι. – Θέση Ισορροπίας), απέχοντας από το πάτωμα απόσταση ίση με 1 μέτρο.

Το σώμα ανεβοκατεβαίνει, ξεκινώντας από τη θέση O , εκτελώντας ταλάντωση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων A και B , οι οποίες απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση ίση με $2y_0$.

Η απόσταση του σώματος (σε μέτρα) από το πάτωμα, ως συνάρτηση του χρόνου (σε δευτερόλεπτα), είναι: $y(t) = 1 + 0.2\eta\mu(\pi/2 t)$



α) Να βρείτε το y_0 και στη συνέχεια την απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων A και B της ταλάντωσης.

β) Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $t \in [0, 4]$.

δ) Να βρείτε ποιες χρονικές στιγμές, η απόσταση του σώματος από το πάτωμα θα είναι ίση με $1,1$ μέτρα, για $t \in [0, 2]$.

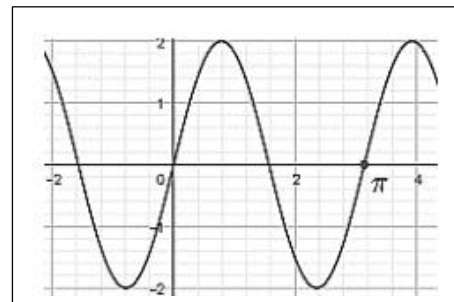
15003. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu ax [\sigma\upsilon\nu(\pi/2 - ax) + 2] - \sigma\upsilon\nu a \sigma\upsilon\nu(\pi - ax) - 1$, $a \in \mathbb{R}$.

α) i. Να δείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu ax$, $x \in \mathbb{R}$.

ii. Δίνεται επιπλέον ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Να δείξετε ότι $a = 2$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την ευθεία $\epsilon: y = 1$ για $x \in [0, \pi]$.



15026. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 + 2\eta\mu(\pi x/2)$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

β) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .

γ) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$.

δ) Να αποδείξετε ότι $(f(x) - 1)^2 + (f(1 - x) - 1)^2 = 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

15049. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi/2 - x) + \eta\mu(\pi + x)$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$.

β) Να αποδείξετε ότι $-2 \leq f(x) \leq 2$. Κατόπιν να εξετάσετε αν ο αριθμός 2 είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης.

γ) Να βρείτε:

i. Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης C_f της f με τον άξονα $y'y$.

ii. Δυο σημεία τομής της C_f με τον $x'x$.

15347. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2(\pi - x) - 3\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x + \alpha$.

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

γ) Να βρείτε το a αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$.

δ) Για $a=2$ και $g(x) = 2\eta\mu^2 x + 9\sigma\upsilon\nu x - 9$, να εξετάσετε (αν υπάρχουν) κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

20645. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να περιγράψετε με ποιο τρόπο από τη γραφική παράσταση της g προκύπτει η γραφική παράσταση της f .

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

γ) Να βρείτε τις τιμές $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $f(\pi)$.

δ) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{2}f(x) + 1 = 0$.

15789. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in [0, \pi]$.

α) i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και μετατοπίζοντας κατάλληλα την f να σχεδιάσετε την

συνάρτηση $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

ii. Ποιος είναι ο τύπος της g και σε ποιο διάστημα ορίζεται;

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

