

Α.2.1. Η έννοια του κλάσματος

Η έννοια του κλάσματος

- ✚ Όταν ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων χωρισθεί σε n ίσα μέρη, το κάθε ένα από αυτά αποτελεί το **ένα νιοστό** του μεγέθους και συμβολίζεται με το $\frac{1}{n}$.

Κλάσμα ή κλασματικός αριθμός ονομάζεται κάθε αριθμός της μορφής $\frac{\kappa}{\nu}$ όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί και $\nu \neq 0$.

- ✚ Κάθε κλάσμα έχει δύο μέρη, έναν **αριθμητή** και έναν **παρονομαστή**. Ο **αριθμητής** είναι το **πάνω** μέρος ενός κλάσματος και ο **παρονομαστής** είναι το **κάτω** μέρος ενός κλάσματος. Ο αριθμητής και ο παρονομαστής λέγονται **όροι** του κλάσματος. Ο αριθμητής και ο παρονομαστής χωρίζονται από μία γραμμή που λέγεται **κλασματική γραμμή**.



- ☛ **SOS:** Ο παρονομαστής ενός κλάσματος δεν μπορεί να είναι μηδέν.

- ✚ Κάθε κλάσμα παριστάνει και το **πηλίκο της διαίρεσης** του αριθμητή διά του παρονομαστή. Γενικά ισχύει

$$\frac{\kappa}{\nu} = \kappa : \nu$$

όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί και $\nu \neq 0$.

- ☛ Αντίστροφα κάθε διαίρεση μπορούμε να την εκφράσουμε και ως κλάσμα.
- ☛ Κάθε κλάσμα μπορεί να εκφραστεί ως δεκαδικός αν κάνουμε τη διαίρεση.
- ☛ Κάθε δεκαδικός μπορεί να μετατραπεί σε κλάσμα.

- ✚ Το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ εκφράζει τα κ μέρη από τα ν ίσα μέρη στα οποία έχει χωριστεί μία ποσότητα. Γενικά, κάθε τμήμα του μεγέθους ή του συνόλου αντικειμένων, που αποτελείται από κ τέτοια ίσα μέρη, δίνεται από το κλάσμα

$$\kappa \cdot \frac{1}{\nu} = \frac{\kappa}{\nu}$$

και διαβάζεται «κάπα νιοστά».

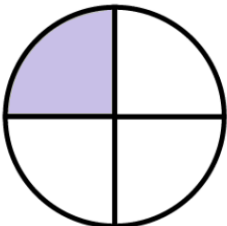
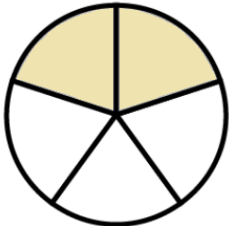
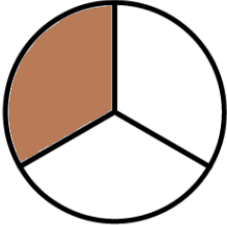
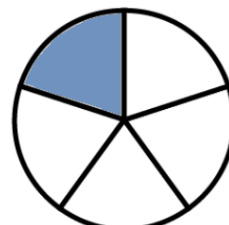
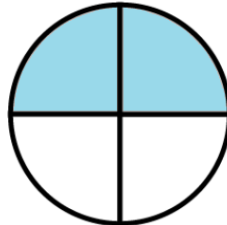
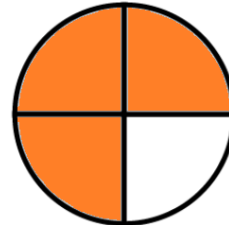
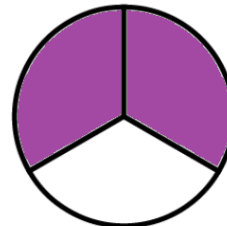
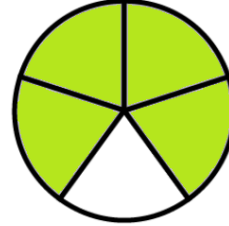
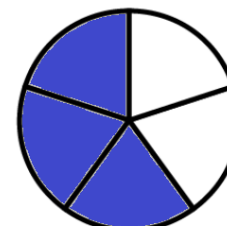
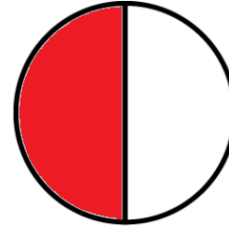
- ☛ **SOS:** Κάθε φυσικός αριθμός κ μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με παρονομαστή το 1, γιατί

$$\kappa = \kappa : 1 = \frac{\kappa}{1}$$

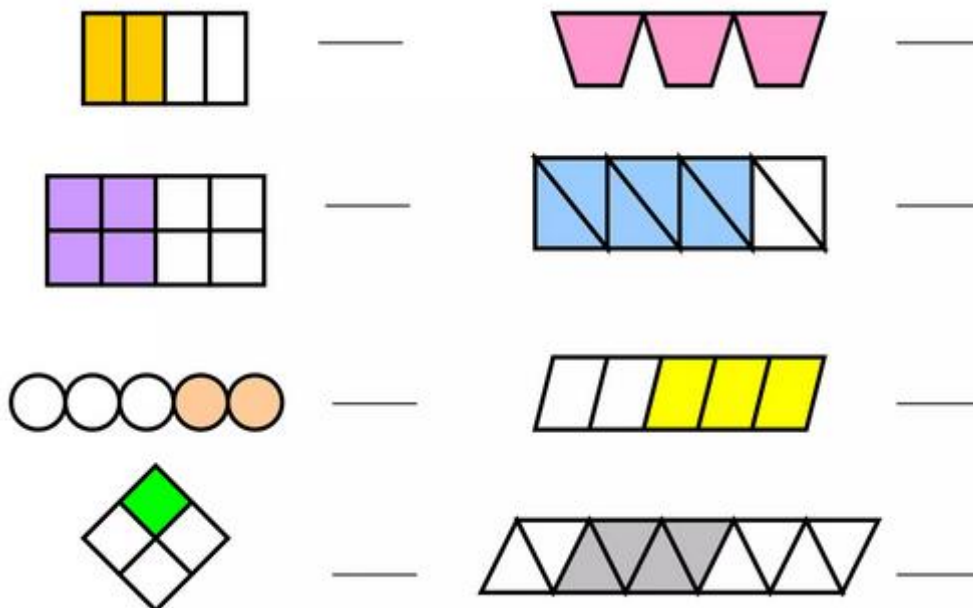
- ☛ **SOS:** Κάθε κλάσμα με αριθμητή το μηδέν είναι ίσο με το μηδέν, δηλαδή $\frac{0}{\nu} = 0$ όπου ν φυσικός αριθμός και $\nu \neq 0$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

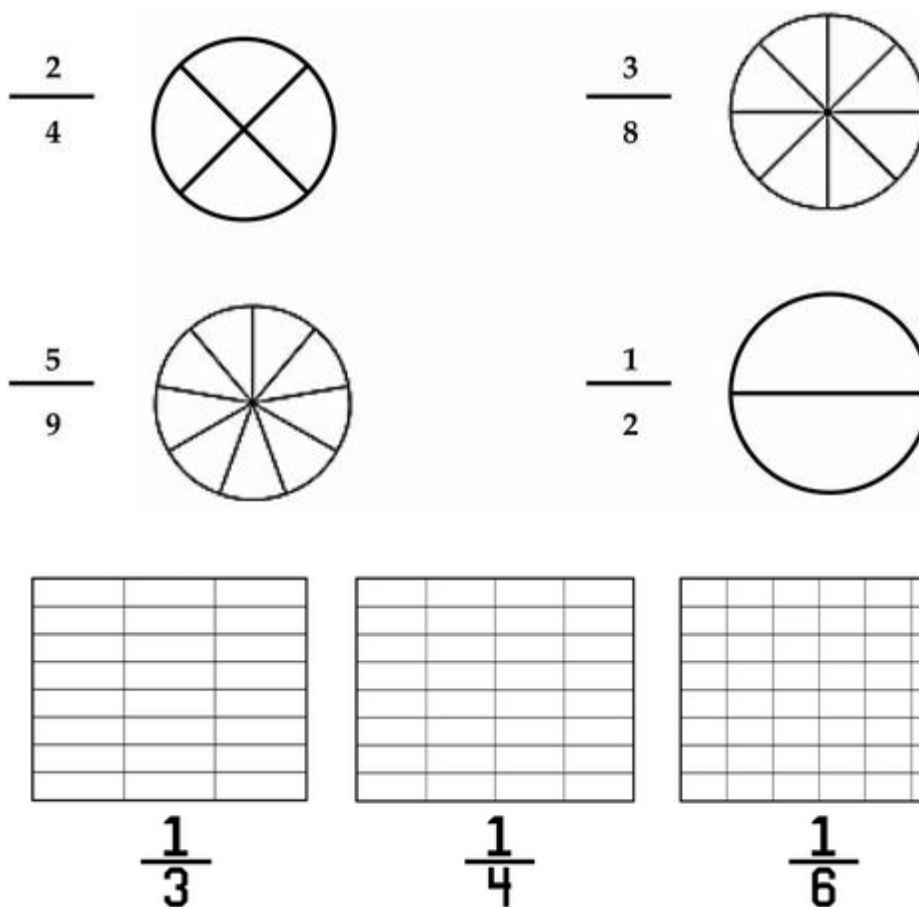
1. Τα παρακάτω σχήματα έχουν χωριστεί σε ίσα μέρη. Γράψε για το καθένα από αυτά, το κλάσμα που εκφράζει το χρωματισμένο μέρος του.

Εισαγωγή στα Κλάσματα	
	$\frac{1}{4}$
	—
	—
	—
	—
	—
	—
	—
	—
	—

2. Τα παρακάτω σχήματα έχουν χωριστεί σε ίσα μέρη. Γράψε για το καθένα από αυτά, το κλάσμα που εκφράζει το χρωματισμένο μέρος του.



3. Χρωμάτισε σε καθένα από τα σχήματα που ακολουθούν τα μέρη που αντιστοιχούν στα κλάσματα που είναι γραμμένα κάτω από κάθε σχήμα.



☛ Ασκήσεις από σχολικό βιβλίο

Άσκηση 1,3 σελ 36

Ασκήσεις 5, 7, 8 σελ 37

Δραστηριότητες 1,2 σελ 37

Σύγκριση κλάσματος με τη μονάδα

✚ Γνήσια κλάσματα

Τα κλάσματα που έχουν αριθμητή μικρότερο από τον παρονομαστή λέγονται γνήσια κλάσματα. Αυτά είναι μικρότερα από μία ακέραιη μονάδα.



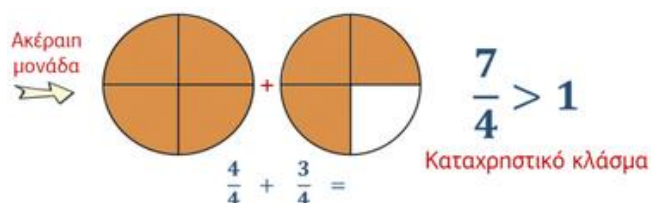
✚ Ίσα με την ακέραιη μονάδα

Τα κλάσματα που έχουν αριθμητή ίσο με τον παρονομαστή λέγονται ισοδύναμα (ίσα) με την ακέραιη μονάδα. Αυτά έχουν την ίδια αξία με την ακέραιη μονάδα.



✚ Καταχρηστικά κλάσματα

Τα κλάσματα που έχουν αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή λέγονται καταχρηστικά κλάσματα. Αυτά είναι μεγαλύτερα από μία ακέραιη μονάδα.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι μικρότερα, ποια μεγαλύτερα και ποια ίσα της μονάδα.

1. $\frac{2}{5} \square 1$

2. $\frac{8}{8} \square 1$

3. $\frac{2}{1} \square 1$

4. $\frac{4}{9} \square 1$

5. $\frac{5}{3} \square 1$

6. $\frac{9}{3} \square 1$

7. $\frac{3}{3} \square 1$

8. $\frac{9}{1} \square 1$

9. $\frac{5}{2} \square 1$

10. $\frac{3}{10} \square 1$

11. $\frac{5}{5} \square 1$

12. $\frac{2}{4} \square 1$

13. $\frac{7}{7} \square 1$

14. $\frac{7}{5} \square 1$

15. $\frac{8}{5} \square 1$

16. $\frac{3}{4} \square 1$

17. $\frac{3}{6} \square 1$

18. $\frac{5}{7} \square 1$

19. $\frac{1}{5} \square 1$

20. $\frac{5}{9} \square 1$

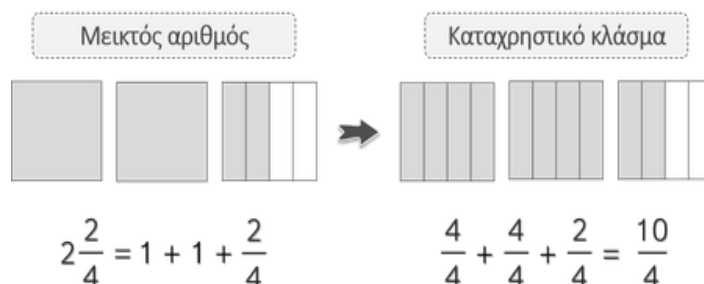
📖 Ασκήσεις από σχολικό βιβλίο
Άσκηση 2 σελ 36

Μεικτός αριθμός

✚ Τα κλάσματα που περιέχουν ακέραιους αριθμούς και κλάσμα μαζί λέγονται **μεικτοί αριθμοί**.

✚ Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα μπορεί να γραφεί και ως μεικτός αριθμός.

✚ Ένας **μεικτός** αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε **καταχρηστικό** κλάσμα και το αντίστροφο.



⇒ **Μετατροπή καταχρηστικού κλάσματος σε μεικτό αριθμό**

1. Διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή.
2. Το πηλίκο της διαίρεσης είναι ο ακέραιος του μεικτού.
3. Το κλάσμα του μεικτού έχει αριθμητή το υπόλοιπο της διαίρεσης και παρονομαστή τον ίδιο με το αρχικό κλάσμα.

$$\frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

⇒ **Μετατροπή μεικτού αριθμού σε καταχρηστικό κλάσμα**

1. Πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο του μεικτού με τον παρονομαστή του κλάσματός του.
2. Στο γινόμενο που προκύπτει προσθέτουμε τον αριθμητή του μεικτού αριθμού.
3. Το αποτέλεσμα αποτελεί τον αριθμητή του νέου κλάσματος, ενώ παρονομαστής παραμένει ο ίδιος.

$$2 \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς:
2. Να μετατρέψετε τους παρακάτω μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα:

1. $\frac{9}{2}$

2. $\frac{19}{3}$

1. $2\frac{2}{4}$

2. $3\frac{1}{7}$

3. $\frac{17}{8}$

4. $\frac{22}{5}$

3. $3\frac{1}{5}$

4. $2\frac{5}{6}$

5. $\frac{16}{9}$

6. $\frac{21}{8}$

5. $4\frac{4}{6}$

6. $8\frac{2}{3}$

7. $\frac{25}{4}$

8. $\frac{11}{6}$

7. $3\frac{2}{7}$

8. $5\frac{2}{7}$

9. $\frac{26}{7}$

10. $\frac{21}{4}$

9. $2\frac{4}{5}$

10. $2\frac{5}{9}$

Αναγωγή στη κλασματική μονάδα

Η αναγωγή στην κλασματική μονάδα μας βοηθάει να λύσουμε διάφορα προβλήματα, όπως:

A. Όταν γνωρίζουμε ολόκληρη την ποσότητα και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα κλασματικό μέρος της.

Να υπολογίσετε τα $\frac{3}{10}$ του 40

Τα $\frac{10}{10}$ είναι 40

Ξεκινάω από αυτό που γνωρίζω, δηλαδή ολόκληρη η ποσότητα είναι 40.

Το $\frac{1}{10}$ είναι $40 : 10 = 4$

Υπολογίζω την τιμή της κλασματικής μονάδας, διαιρώντας με το 10 (τον αριθμητή του κλάσματος).

Τα $\frac{3}{10}$ είναι $3 \cdot 4 = 12$

Υπολογίζω την αξία των πολλών κλασματικών μονάδων, πολλαπλασιάζοντας τις κλασματικές μονάδες που θέλω να βρω, δηλαδή με το 3 (τον αριθμητή του κλάσματος) με τη τιμή της κλασματικής μονάδας, δηλαδή το 4 (το αποτέλεσμα της διαίρεσης που βρήκα στο προηγούμενο βήμα).

Επομένως, τα $\frac{3}{10}$ του 40 είναι 12.

Β. Όταν γνωρίζουμε ένα κλασματικό μέρος και θέλουμε να υπολογίσουμε ολόκληρη την ποσότητα.

Αν τα $\frac{3}{8}$ ενός αριθμού είναι 12, να βρείτε ποιος είναι ο αριθμός;

Τα $\frac{3}{8}$ είναι 12

Ξεκινάω από αυτό που γνωρίζω, δηλαδή πόσο είναι το κλασματικό μέρος, το 12.

Το $\frac{1}{8}$ είναι $12 : 3 = 4$

Υπολογίζω την τιμή της κλασματικής μονάδας, διαιρώντας με το 3 (τον αριθμητή του κλάσματος).

Τα $\frac{8}{8}$ είναι $4 \cdot 4 = 16$

Υπολογίζω την αξία της μίας ακεραίας μονάδας, πολλαπλασιάζοντας, το 8 (τον παρονομαστή του κλάσματος) με τη τιμή της κλασματικής μονάδας, δηλαδή το 4 (το αποτέλεσμα της διαίρεσης που βρήκα στο προηγούμενο βήμα).

Επομένως, ο αριθμός είναι το 16.

Γ. Όταν γνωρίζουμε ένα κλασματικό μέρος μιας ποσότητας και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα άλλο κλασματικό μέρος της ίδιας ποσότητας.

Αν τα $\frac{3}{7}$ ενός αριθμού είναι 21, πόσο είναι τα $\frac{5}{7}$ του ίδιου αριθμού;

Τα $\frac{3}{7}$ είναι 21

Ξεκινάω από αυτό που γνωρίζω, δηλαδή πόσο είναι το κλασματικό μέρος, το 21.

Το $\frac{1}{7}$ είναι $21 : 3 = 7$

Υπολογίζω την τιμή της κλασματικής μονάδας, διαιρώντας με το 3 (τον αριθμητή του κλάσματος).

Τα $\frac{5}{7}$ είναι $7 \cdot 5 = 35$

Υπολογίζω την αξία των πολλών κλασματικών μονάδων, πολλαπλασιάζοντας τις κλασματικές μονάδες που θέλω να βρω, δηλαδή με το 5 (τον αριθμητή του κλάσματος) με τη τιμή της κλασματικής μονάδας, δηλαδή το 7 (το αποτέλεσμα της διαίρεσης που βρήκα στο προηγούμενο βήμα).

Επομένως, τα $\frac{5}{7}$ του ίδιου αριθμού είναι το 35.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Τα $\frac{3}{4}$ του κιλού τυρί κοστίζουν 9€.
 - Πόσο κοστίζει το ένα κιλό;
 - Πόσο κοστίζουν τα $\frac{5}{6}$ του κιλού;
- Τα $\frac{2}{6}$ του κιλού μοσχάρι κοστίζουν 4€. Πόσο κοστίζουν τα $\frac{2}{3}$ του κιλού;
- Ένας εργάτης χτίζει τα $\frac{2}{15}$ μιας μάντρας σε 1 ώρα (60 λεπτά). Σε πόσες ώρες θα χτίσει όλη τη μάντρα;
- Ένα δοχείο περιέχει 20 κιλά λάδι και είναι γεμάτο κατά τα $\frac{5}{6}$ αυτού. Πόσο λάδι χωράει όλο το δοχείο;
- Οι μαθητές του σχολείου μας είναι συνολικά 230 παιδιά. Από αυτά τα $\frac{4}{10}$ των παιδιών είναι κορίτσια. Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια του σχολείου μας;

📖 Ασκήσεις από σχολικό βιβλίο

Άσκηση 4 σελ 36

Ασκήσεις 6, 9, 10, 11 σελ 37