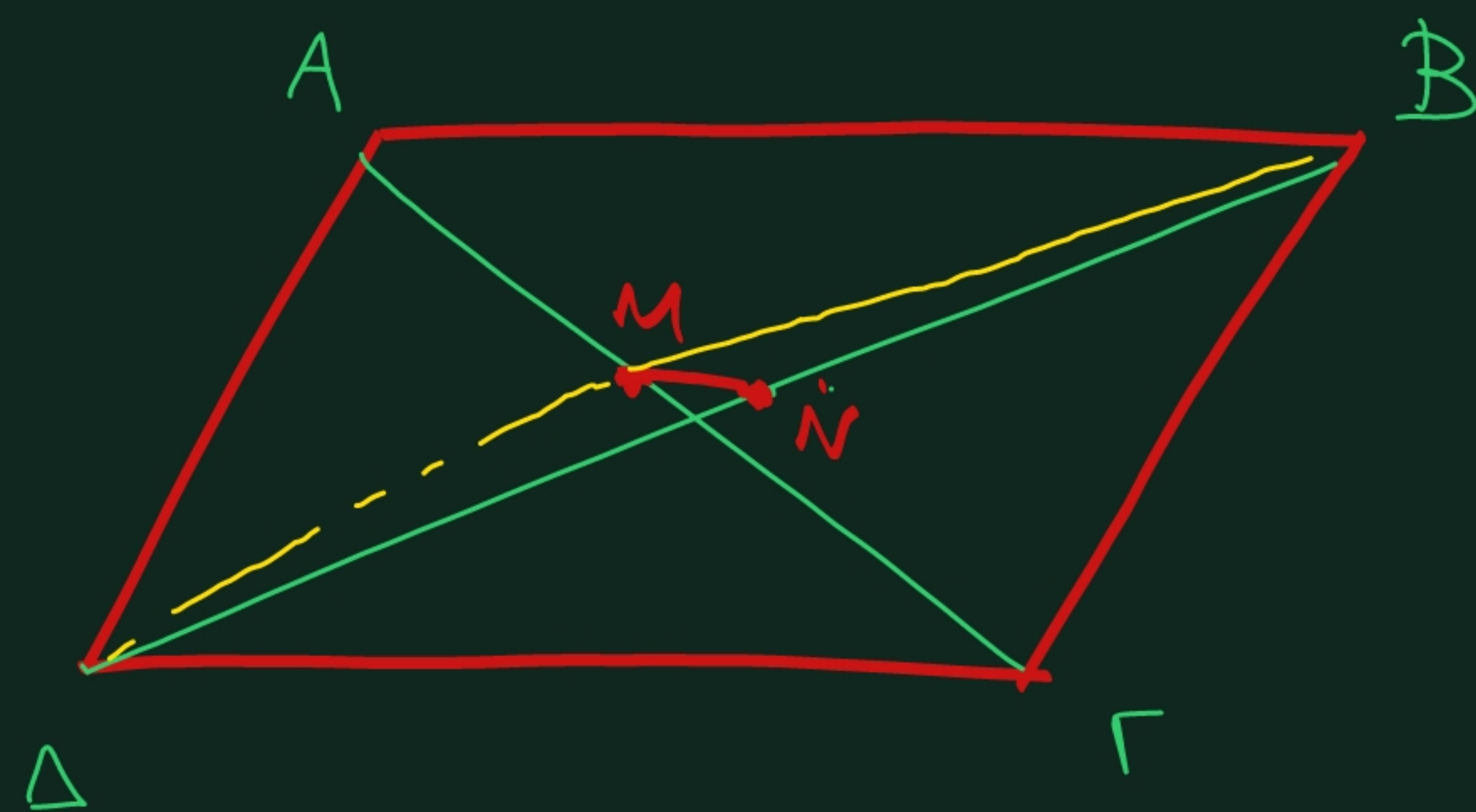


§ 6)

σ. 23



M μέσο AΓ
N μέσο BΔ

$$\begin{aligned} & \text{Αν} \\ & \underline{4 \cdot \vec{MN} = \vec{AD} - \vec{BG}} \quad (1) \\ & \text{Να ο ΑΒΓΔ παρ/μο} \end{aligned}$$

$$\text{Εχω } N \text{ μέσο } B\Delta \xrightarrow[\text{μέσο}]{\Delta, A} \vec{MN} = \frac{\vec{MD} + \vec{MB}}{2} \quad (\Rightarrow) \quad 2 \cdot \vec{MN} = \vec{MD} + \vec{MB} \quad (\Rightarrow)$$

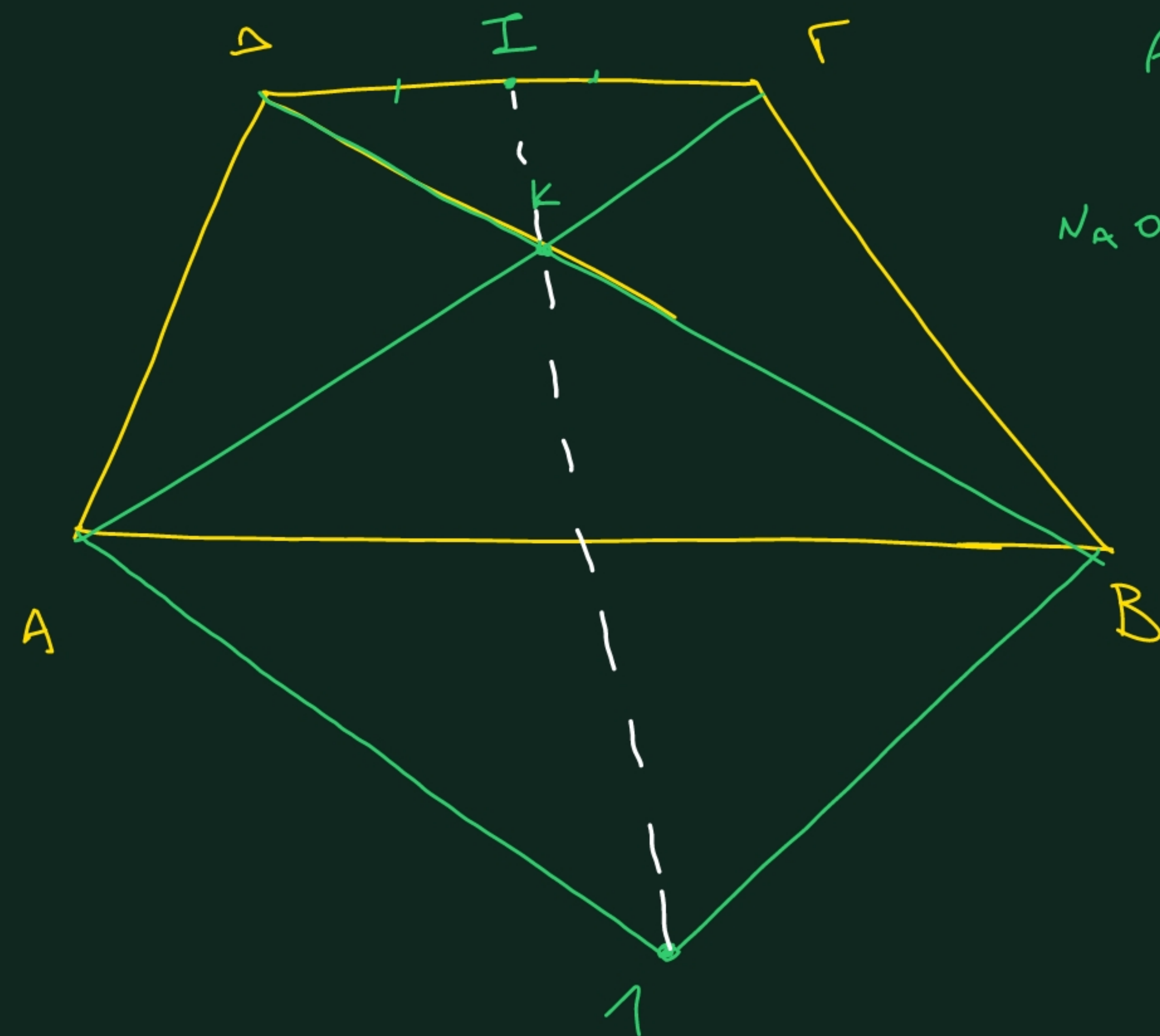
$$2 \cdot \vec{MN} = -\vec{DM} - \vec{BM} \quad (\Rightarrow) \quad -2 \cdot \vec{MN} = \vec{DM} + \vec{BM} \quad (\Rightarrow) \quad 2 \cdot \vec{NM} = \frac{\vec{DA} + \vec{DG}}{2} + \frac{\vec{BA} + \vec{BG}}{2}$$

$$2 \cdot \vec{NM} = \frac{\vec{DA} + \vec{DG} + \vec{BA} + \vec{BG}}{2} \quad (\Rightarrow) \quad 4 \cdot \vec{NM} = \vec{DA} + \vec{DG} + \vec{BA} + \vec{BG} \quad (\Rightarrow) \quad 4 \cdot \vec{MN} = \vec{AD} + \vec{GD} + \vec{AB} + \vec{GB} \quad (2)$$

$$\text{Απο (1), (2)} \Rightarrow \cancel{\vec{AD}} - \vec{BG} = \cancel{\vec{AD}} + \vec{GD} + \vec{AB} + \vec{GB} \quad (\Rightarrow) \quad \cancel{\vec{GB}} = \vec{GD} + \vec{AB} + \cancel{\vec{GB}}$$

$$\vec{GD} + \vec{AB} = \vec{0} \quad (\Rightarrow) \quad \vec{AB} = -\vec{GD} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} |\vec{AB}| = |\vec{GD}| \\ \vec{AB} \parallel \vec{GD} \end{cases} \Rightarrow \boxed{AB \parallel GD \text{ Άρα ΑΒΓΔ παρ/μο}}$$

Ⓟ 9
σ. 29



ΑΒΓΔ τραπέζιο, ΑΚΒΛ παρ/μο, $\Gamma I = \Delta I$, $AB = 2\Delta\Gamma$
 ΝΑΟ i) $\vec{K\Gamma} = -\frac{1}{2}\vec{KA}$, $\vec{K\Delta} = -\frac{1}{2}\vec{KB}$

Εχω $K\hat{\Delta}\Gamma \sim K\hat{B}A$ Στοι έχουν όλη
 τις γωνίες τας ίσες

$$\frac{K\Delta}{KB} = \frac{K\Gamma}{KA} = \frac{\Delta\Gamma}{BA} (=1)$$

$$\frac{K\Delta}{KB} = \frac{K\Gamma}{KA} = \frac{1}{2}$$

$$K\Gamma = \frac{1}{2} \cdot KA$$

$\vec{K\Gamma} \parallel \vec{KA}$
 $\implies$

$$\vec{K\Gamma} = -\frac{1}{2}\vec{KA}$$

ii)

Εχω

$$\frac{K\Delta}{KB} = \frac{1}{2} \implies K\Delta = \frac{1}{2} KB$$

$$K\Delta = \frac{1}{2} KB$$

$\vec{K\Delta} \parallel \vec{KB}$

$$\vec{K\Delta} = -\frac{1}{2}\vec{KB}$$

iii)

ΝΑΟ I, K, Λ συνευθειακά

$$\text{Εχω } \vec{KI} = \frac{\vec{K\Delta} + \vec{K\Gamma}}{2} \implies \vec{KI} = \frac{-\frac{1}{2}\vec{KB} - \frac{1}{2}\vec{KA}}{2} \implies \vec{KI} = -\frac{1}{4}(\vec{KA} + \vec{KB}) \quad (1)$$

από κανόνα Παρ/μο:

$$\vec{KL} = \vec{KA} + \vec{KB} \quad (2)$$

Από (1), (2) $\implies$

$$\vec{KI} = -\frac{1}{4}\vec{KL}$$

Σ.Π $\implies$

$\vec{KI} \parallel \vec{KL} \implies$
 K, I, Λ συνευθειακά