17) $P(x) = 3 \cdot x^3 - 2K \cdot x^2 + 4K \cdot x - 3$

Να βρεθεί το K τ.ω. το $x-3$ $\left.\begin{matrix} \\ x-\rho \end{matrix}\right\}$ να είναι παράγοντας του $P(x)$.

$x-\rho \rightarrow \rho = 3$

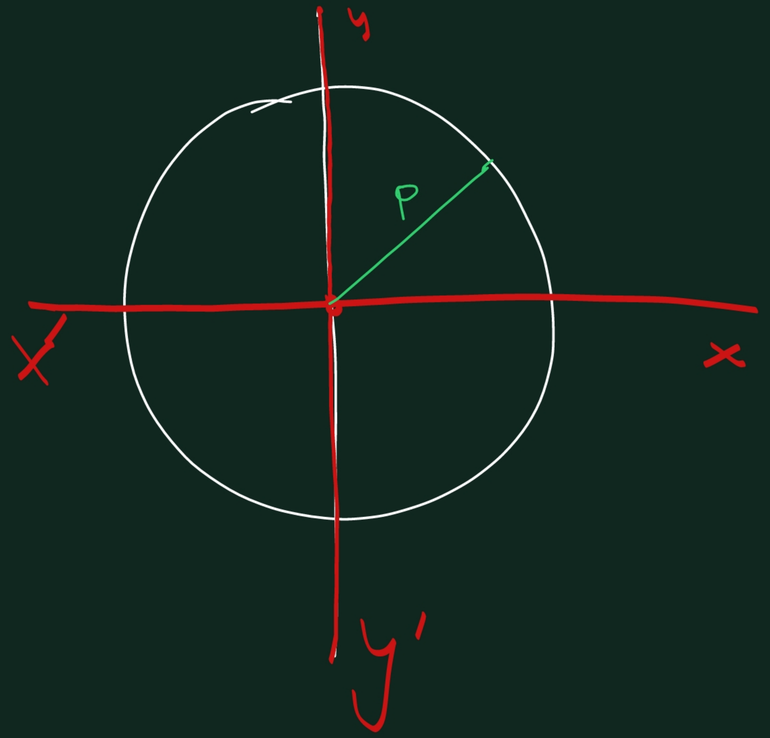
Αν $x-3$ είναι παράγοντας του $P(x) \Leftrightarrow \mathcal{U} = 0 \Leftrightarrow P(3) = 0 \Leftrightarrow$

$3 \cdot 3^3 - 2K \cdot 3^2 + 4K \cdot 3 - 3 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 27 - 18K + 12K - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$81 - 6K - 3 = 0 \Leftrightarrow -6K = -78 \overset{:(-6)}{\Leftrightarrow} \frac{-6K}{-6} = \frac{-78}{-6}$

$\boxed{K = 13}$

Κύκλος Κέντρου $O(0,0)$ και ακτίνας ρ

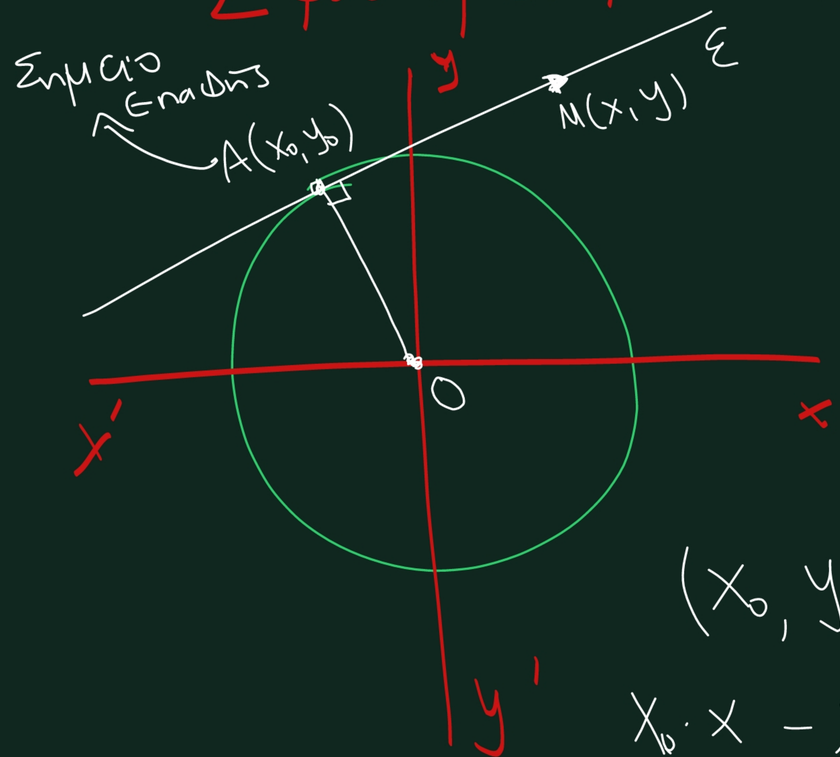


$$C: x^2+y^2=\rho^2$$

πχ $C: x^2+y^2=25$ → Κέντρο $O(0,0)$

→ $\rho=5$

Εφαπτομένη κύκλου $C: x^2+y^2=\rho^2$



Από δ $\quad \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{AM} \iff$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \iff$

$(x_0-0, y_0-0)\cdot(x-x_0, y-y_0)=0 \iff$

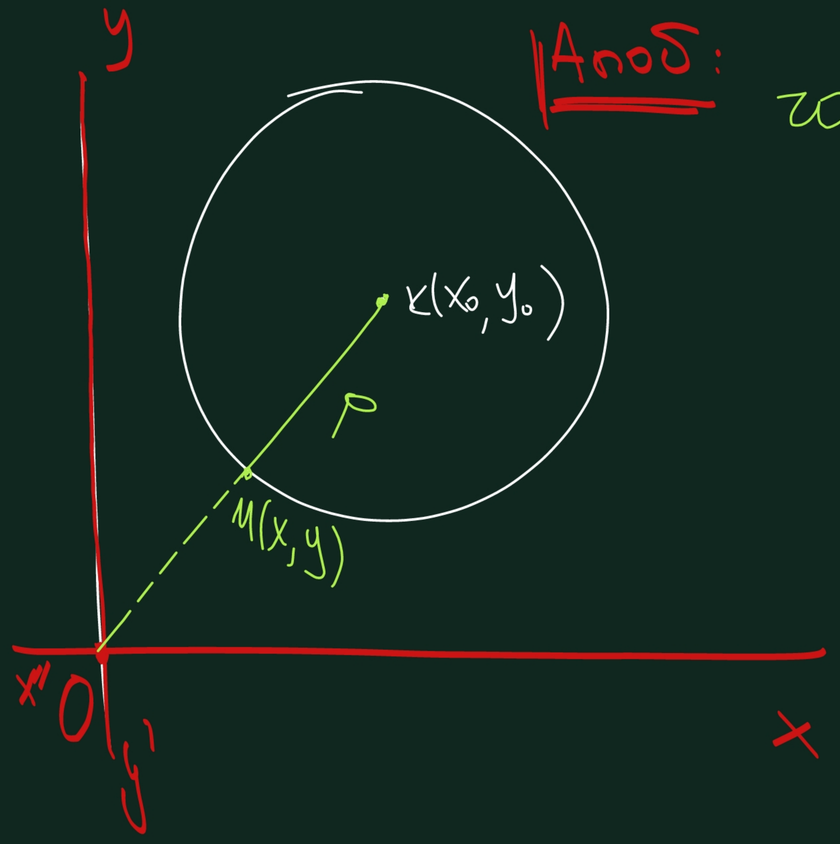
$(x_0, y_0)\cdot(x-x_0, y-y_0)=0 \iff x_0\cdot(x-x_0)+y_0(y-y_0)=0$

$x_0\cdot x - x_0^2 + y_0\cdot y - y_0^2 = 0 \iff$ $\boxed{x_0\cdot x + y_0\cdot y = x_0^2+y_0^2}$ (1)

Έχω $A\in C \Rightarrow$ $\boxed{x_0^2+y_0^2=\rho^2}$ (2)

Από (1),(2) $\Rightarrow$ $\boxed{\varepsilon: x_0\cdot x + y_0\cdot y = \rho^2}$

Κύκλος κέντρου $K(x_0, y_0)$ και ακτίνας ρ.



Απόδ: το $M(x,y)$ τυχαίο σημείο του $C \Longrightarrow$

Έχω $KM = \rho \Leftrightarrow \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} = \rho$ (οι δύο θετικοί)

$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}^2 = \rho^2 \Longleftrightarrow$ (υψώνω ^{2})

$$C: (x-x_0)^2+(y-y_0)^2 = \rho^2$$

$C: x^2+y^2+Ax+By+\Gamma=0$

$C: (x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\rho^2$

Αποδ: $x^2+Ax+y^2+By+\Gamma=0 \Leftrightarrow$

$x^2+2\cdot x\cdot\frac{A}{2}+y^2+2\cdot y\frac{B}{2}+\Gamma=0 \Leftrightarrow$

$x^2+2x\cdot\frac{A}{2}+\left(\frac{A}{2}\right)^2-\left(\frac{A}{2}\right)^2+y^2+2y\cdot\frac{B}{2}+\left(\frac{B}{2}\right)^2-\left(\frac{B}{2}\right)^2+\Gamma=0 \Leftrightarrow$

$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2-\frac{A^2}{4}+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2-\frac{B^2}{4}+\Gamma=0 \Leftrightarrow$

$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2}{4}+\frac{B^2}{4}-\Gamma \Leftrightarrow$

$$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2+B^2-4\Gamma}{4}$$

Άρα Κύκλος Κέντρου $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$

και $\rho^2=\frac{A^2+B^2-4\Gamma}{4}$

Πρέπει $A^2+B^2-4\Gamma\geq 0$

$$\rho=\frac{\sqrt{A^2+B^2-4\Gamma}}{2}$$

Αν $A^2+B^2-4\Gamma=0$

δεν είναι Κύκλος είναι σημείο $K\left(-\frac{A}{2},-\frac{B}{2}\right)$

2) ii) Να βρεθεί κύκλος κέντρου O, που διέρχ $A(a-b, a+b)$

σ. 87

$\hookrightarrow C: x^2+y^2=\rho^2$

$A \in C \Longrightarrow (a-b)^2+(a+b)^2=\rho^2 \Longleftrightarrow a^2-2ab+b^2+a^2+2ab+b^2=\rho^2$

$\Longleftrightarrow \boxed{\rho^2=2(a^2+b^2)}$

$\boxed{\text{Άρα } C: x^2+y^2=2(a^2+b^2)}$

1) iv
σ. 87

Να βρεθεί κύκλος Κ έστω $O(0,0)$
που εφάπτεται στην ευθεία $\varepsilon: ax+by=a^2+b^2$

έχω $C: x^2+y^2=\rho^2$

Κ' έχει εφαπ $\varepsilon: ax+by=a^2+b^2$

Γεν. μορφή: $\varepsilon: x_0x+y_0y=\rho^2$

$\Rightarrow \boxed{\rho^2=a^2+b^2}$

το σημείο εφαπτ $A(a,b)$

Άρα $C: x^2+y^2=a^2+b^2$