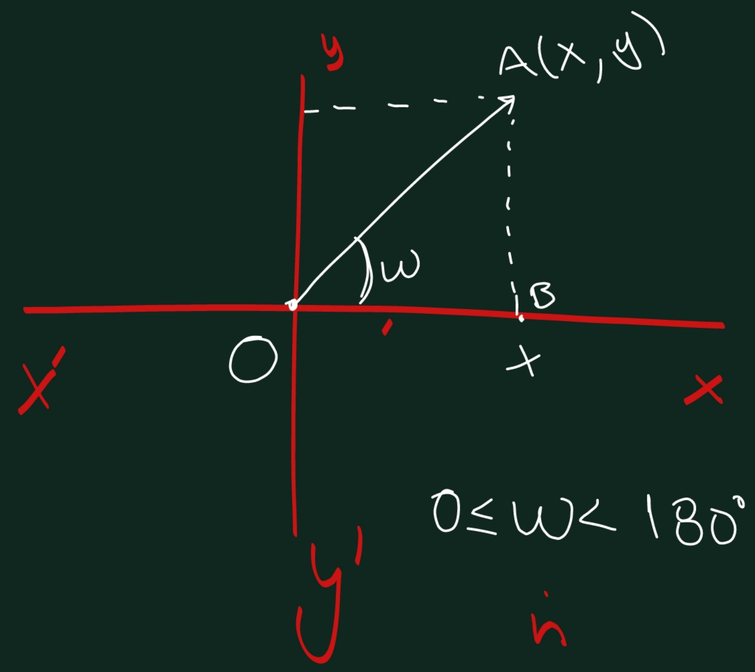
Συντ. Διεύθυνσης Διανύσματος



$0 \le \omega < 180^\circ$

ή

$0 \le \omega < \pi$

$$\lambda = \varepsilon\varphi\,\omega = \frac{AB}{OB} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \frac{y}{x}}$$

περιπτώσεις

- Αν $\vec{a} \parallel x'x \Leftrightarrow \lambda = 0 \Leftrightarrow y = 0$
- αν $\vec{a} \perp x'x$ ή $\vec{a} \parallel yy$ λ δεν ορίζεται

$\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$

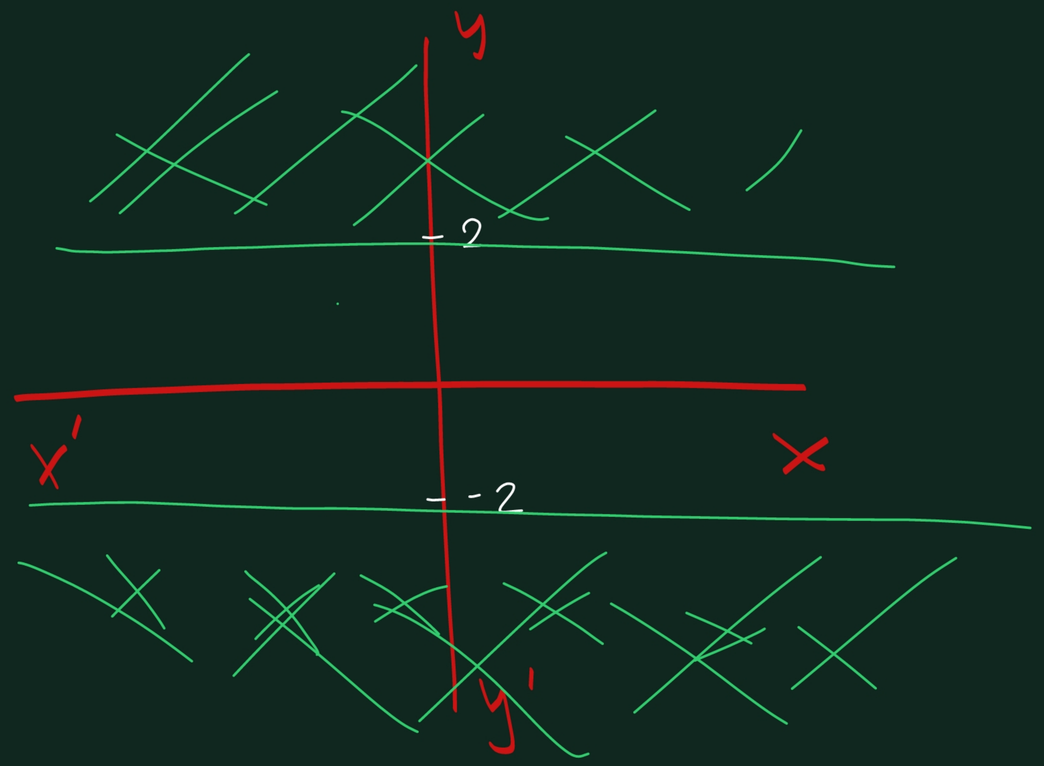
Αν $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

Αποδ: Έχω $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \det = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$

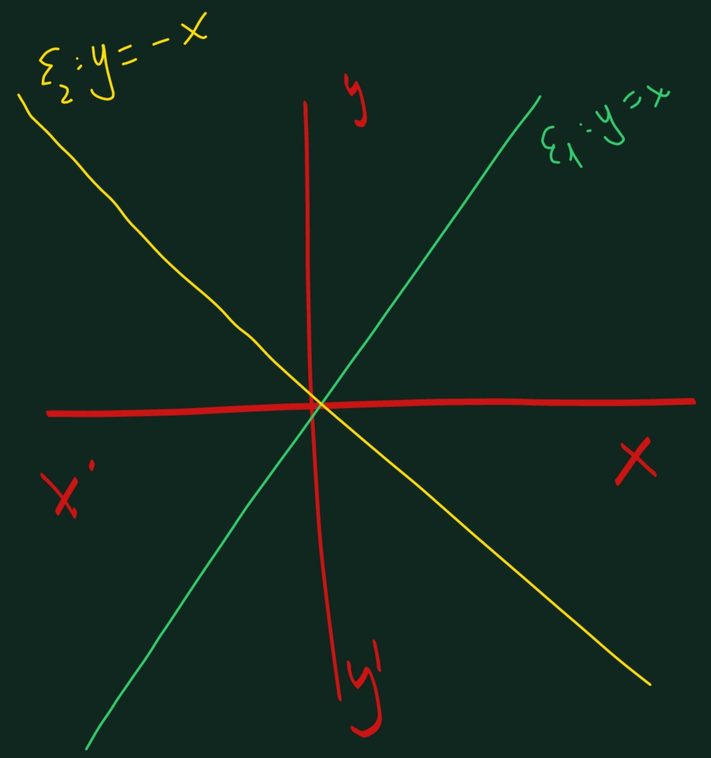
$$x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 = 0 \Leftrightarrow x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1 \overset{:\, x_1 \cdot x_2}{\Longleftrightarrow} \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1}{x_1} \Leftrightarrow \boxed{\lambda_2 = \lambda_1}$$

1) iii) $|y| > 2 \iff y > 2$ ή $y < -2$

σ. 39

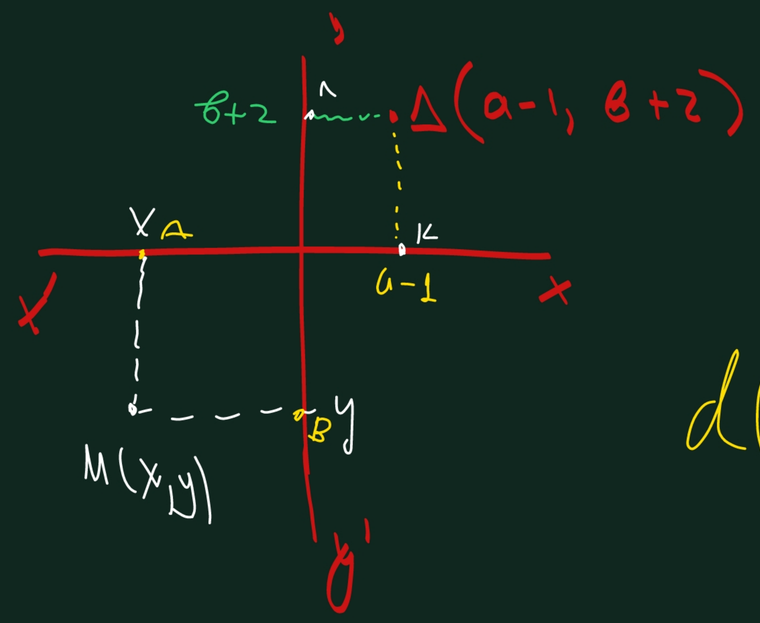


iv) $|x| = |y| \iff \begin{cases} x = y \iff \varepsilon_1 : y = x \\ x \overset{\text{ή}}{=} -y \iff \varepsilon_2 : y = -x \end{cases}$



2) $\Delta(a-1, \beta+2)$ Να βρεθεί η απόσταση του Δ από xx' και $y'y$

σ.39



Άρα $d(\Delta, xx') = \Delta K = |\beta+2| \Leftrightarrow d(\Delta, xx') = |\beta+2|$

και $d(\Delta, yy') = \Delta\Lambda = |a-1| \Leftrightarrow d(\Delta, yy') = |a-1|$

$d(M, xx') = MA = |y| \Leftrightarrow \boxed{d(M, xx') = |y|}$

$d(M, yy') = MB = |x| \Leftrightarrow \boxed{d(M, yy') = |x|}$

3) $\vec{a} = (\lambda^2 - 4,\ \lambda^2 - 3\lambda + 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$: Πραγματική Παράμετρος

σ. 39

i) για ποιό λ το $\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = (0,0) \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 = 4 \Leftrightarrow \boxed{\lambda = 2 \text{ ή } \lambda = -2} \\ \text{και} \\ \lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0 \end{cases}$

$a = 1$, $\beta = -3$, $\gamma = 2$: $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = \underline{1 > 0}$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} \xrightarrow{+} \frac{4}{2} = \boxed{2} \\ \xrightarrow{-} \frac{2}{2} = \boxed{1} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Άρα για } \lambda = 0 \quad \vec{a} = (0,0)}$

ii) Να βρεθεί λ τ.ω $a \neq 0$ και $\vec{a} \parallel x'x \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \neq 0 \\ \text{και} \\ \vec{a} \parallel x'x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \text{ ή } y \neq 0 \\ \text{και} \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y = 0 \\ \text{κ' } x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \text{ ή } \lambda = 1 \\ \text{και} \\ \lambda \neq 2 \text{ και } \lambda \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\lambda = 1}$

$\boxed{\text{Άρα οταν } \lambda = 1 : \vec{a} = (-3, 0)}$

5) σ.39 $\vec{a}=(x,1)$, $\vec{\beta}=(4,x)$. Να βρεθεί το x τ.ω $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$

Έχω $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\beta} \overset{\Sigma.\Pi}{\Longleftrightarrow} \vec{a}=k\cdot\vec{\beta}$, με $\underline{k>0}$

$$\vec{a}=k\cdot\vec{\beta} \Leftrightarrow (x,1)=k\cdot(4,x) \Leftrightarrow (x,1)=(4k,k\cdot x) \Longleftrightarrow \begin{cases} x=4k \\ \text{και} \\ 1=k\cdot x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{x}{4} \\ \updownarrow \\ k=\frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{4}=\frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2=4 \underset{\text{ότι}}{\overset{\text{όλα}}{\Longleftrightarrow}} \sqrt{x^2}=\sqrt{4} \Leftrightarrow |x|=2 \Leftrightarrow \underline{x=2 \text{ ή } x=-2}$$

Θέλω $\underline{k>0}$

Παρατηρώ ότι για $x=-2$: $k=-\frac{1}{2}$ Απορρ $x=-2$

$$\boxed{\text{Άρα } x=2}$$

6) $\vec{u} = (3,4)$. Ποιο διάνυσμα είναι συγγραμμικό του $\vec{u}$ και έχει διπλάσιο μέτρο;

σ. 39

Έστω $\vec{v}$ το διάνυσμα που ψάχνω. Πρέπει: $\vec{v} \parallel \vec{u}$ και $|\vec{v}| = 2 \cdot |\vec{u}|$

Έχω $\vec{v} \parallel \vec{u} \overset{\text{Συνθ. παρ/λια}}{\Longleftrightarrow} \vec{v} = k \cdot \vec{u} \Leftrightarrow (x,y) = k(3,4) \Leftrightarrow (x,y) = (3k, 4k) \Leftrightarrow$

$$\boxed{\begin{cases} x = 3k \\ y = 4k \end{cases}} \quad (1)$$

Έστω $\vec{v} = (x,y)$

$\cdot |\vec{v}| = 2 \cdot |\vec{u}| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 2 \cdot \sqrt{3^2+4^2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 2\sqrt{25} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 10 \underset{\text{υψώνω}^2}{\overset{\text{θετικά}}{\Longleftrightarrow}}$

$\sqrt{x^2+y^2}^{\,2} = 100 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 100 \overset{(1)}{\Longleftrightarrow} (3k)^2 + (4k)^2 = 100 \Leftrightarrow 9k^2 + 16k^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{\cancel{25} \cdot k^2}{\cancel{25}} = \frac{100}{25} \Leftrightarrow$ $:25$

$k^2 = 4 \Leftrightarrow \underline{k = 2 \text{ ή } k = -2}$

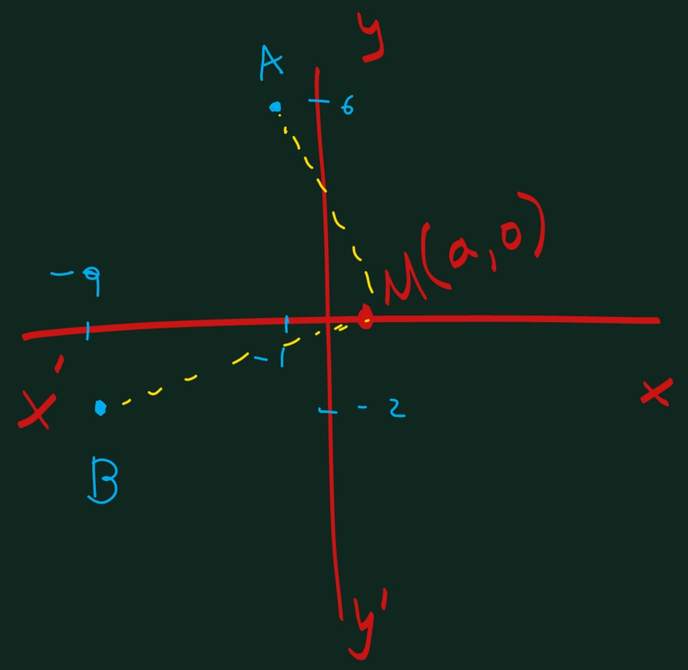
δεκτές

Περιπτώσεις:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{αν } k = 2: & \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases} \text{ άρα } \vec{v}_1 = (6,8) \\ \text{αν } k = -2: & \begin{cases} x = -6 \\ y = -8 \end{cases} \text{ άρα } \vec{v}_2 = (-6,-8) \end{array}}$$

8) i) $A(-1,6)$, $B(-9,-2)$ i) Να βρείτε το σημείο του $x'x$ που ισαπέχει από τα A και B

σ. 40



Έστω M το σημείο που ψάχνω $M(a,0)$

θέλω $MA = MB \Longleftrightarrow \sqrt{(-1-a)^2+(6-0)^2} = \sqrt{(-9-a)^2+(-2-0)^2} \Leftrightarrow$

$$\sqrt{[-(1+a)]^2+36} = \sqrt{[-(9+a)]^2+4} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{1+a^2+2a+36} = \sqrt{81+18a+a^2+4} \Leftrightarrow \sqrt{a^2+2a+37} = \sqrt{a^2+18a+85} \overset{\text{υψώνω}}{\underset{2}{\Longleftrightarrow}}$$

$$\cancel{a^2}+2a+37 = \cancel{a^2}+8a+85 \Leftrightarrow -6a = 48 \Leftrightarrow \boxed{a=-8}$$