

2.3 ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ

Άσκηση 1: Δίνεται η ευθεία (ε): $y - 2x = 0$ και τα σημεία $B(1,1)$ και $\Gamma(-1,3)$.**α.** Να δείξετε ότι το σημείο $A(5,10)$ ανήκει στην ευθεία (ε).**β.** Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \overline{AB} και \overline{AG} .**γ.** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.**Άσκηση 2:** Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: x - 2y = 1$ και τα σημεία $A(0,2)$, $B(1,0)$.**α.** Να αποδείξετε ότι το σημείο B ανήκει στην ευθεία ε ενώ το σημείο A δεν είναι σημείο της ε .**β.** Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .**γ.** Να υπολογίσετε την απόσταση του A από το B και να αποδείξετε ότι η προβολή του A στην ευθεία ε είναι το B .**Άσκηση 3:** Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: 2x + y - 6 = 0$ και $\varepsilon_2: 2x + y + 2 = 0$.**α.** Να δείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες.**β. i.** Να δείξετε ότι το σημείο $A(0,6)$ ανήκει στην ευθεία ε_1 .**ii.** Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ε_1 και ε_2 .**Άσκηση 4:** Δίνονται τα σημεία $A(4,3)$, $B(1,1)$ και $\Gamma(6,0)$.**α.** Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \overline{AB} και \overline{AG} .**β.** Να δείξετε ότι τα διανύσματα \overline{AB} και \overline{AG} είναι κάθετα.**γ.** Δίνεται το σημείο $M\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Να δείξετε ότι $(MA) = (MB)$.**Άσκηση 5:** Η ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $A(-3, -1)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\frac{3\pi}{4}$.**α.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε .

β. Να αποδείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου, που σχηματίζει η ευθεία ε με τους άξονες $x'x$ και $y'y$, είναι: $E = 8$.

Άσκηση 6: Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x + 3y = 5$ και $\varepsilon_2: 4x + 6y = 8$.

α. Να δείξετε ότι οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες.

β. Να αποδείξετε ότι το σημείο $A(1,1)$ είναι σημείο της ευθείας ε_1 .

γ. Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε_2 .

Άσκηση 7: Δίνονται τα σημεία $A(0,2), B(3,0)$ και $\Gamma(1,1)$.

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overline{AB}, \overline{A\Gamma}$.

β.i. Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ ορίζουν τρίγωνο.

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Άσκηση 8: Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: y = \frac{2}{3}x + 1$ και $\varepsilon_2: x = \frac{3}{2}y + 9$.

α. Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

β. Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ε_1 και ε_2 .

Άσκηση 9: Δίνεται το σημείο $A(1,2)$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = x + 3$.

α. Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ε) .

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (η) που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στην (ε) .

γ. Να σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων τις ευθείες $(\eta), (\varepsilon)$.

Άσκηση 10: Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(2,5), B(3,6)$ και $\Gamma(-1,-2)$.

α. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας $B\Gamma$.

β. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που άγεται από το A .

γ. Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η ευθεία AB με τον άξονα $x'x$.

Άσκηση 11: Δίνονται τα σημεία $A(2,1), \Gamma(4,-1)$ και το διάνυσμα $\overline{AB} = (3,-1)$.

α. Να βρεθεί το σημείο B .

β. Αν $B(5,0)$:

i. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο.

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

Άσκηση 12: Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε τα σημεία A(1,1), B(5,2), Γ(0,-2) και Δ(8,0).

α. Να τοποθετήσετε τα παραπάνω σημεία του επιπέδου σε ένα πρόχειρο σχήμα και να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία αυτά είναι τραπέζιο.

β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπέζιου του ερωτήματος α).

Άσκηση 13: Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(1,7), B(-1,5) και Γ(3,3).

α. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

β. Αν M είναι το μέσο της πλευράς BΓ, τότε να υπολογίσετε:

i. Τις συντεταγμένες του M.

ii. Την εξίσωση της διαμέσου AM.

Άσκηση 14: Δίνονται οι ευθείες (ϵ_1) , (ϵ_2) και (ϵ_3) με εξισώσεις $x - 2y = -1$, $2x + y = 4$ και $y = -1$ αντίστοιχα.

α. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) είναι κάθετες.

β. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) τέμνονται στο σημείο A $\left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right)$.

γ. Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία (ϵ_3) .

Άσκηση 15: Δίνονται οι ευθείες $(\epsilon_1) : 8\chi + \psi - 28 = 0$, $(\epsilon_2) : \chi - \psi + 1 = 0$, $(\epsilon_3) : 3\chi + 4\psi + 5 = 0$.

α. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των (ϵ_1) και (ϵ_2) .

β. Αν το σημείο τομής είναι το M(3,4) να υπολογίσετε:

i. Το μέτρο του διανύσματος \overrightarrow{OM} , όπου O η αρχή των αξόνων.

ii. Την απόσταση του σημείου M από την ευθεία (ϵ_3) .

Άσκηση 16: Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda + 1)x - (\lambda - 2)y + \lambda - 7 = 0$ (E) με $\lambda \in \mathbb{R}$ και η ευθεία (ζ) με εξίσωση:

$$6x - 8y + 3 = 0.$$

α. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (E) παριστάνει ευθεία.

β. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (E), για τα διάφορα $\lambda \in \mathbb{R}$, διέρχονται από το ίδιο σημείο, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε ευθεία (ε) που ορίζεται από την εξίσωση (E) να είναι παράλληλη στη ευθεία (ζ). Ποια είναι η εξίσωση της (ε);

δ) Να βρείτε την απόσταση του σημείου $M(1,3)$ από την ευθεία (ζ).

Άσκηση 17: Στο καρτεσιανό επίπεδο δίνονται τα σημεία $A(1, -1)$, $B(2, 2)$ και $\Gamma(\mu-1, 3\mu-2)$, $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι καθώς το μ διατρέχει το \mathbb{R} , το σημείο Γ κινείται στην ευθεία $\varepsilon: y = 3x + 1$.

β) Να αποδείξετε ότι καθώς το μ διατρέχει το \mathbb{R} , τα σημεία A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου.

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι σταθερό.

δ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο B και από τις οποίες το σημείο A , απέχει απόσταση ίση με 1.

ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΟΥ ΙΩΑΝΝΑ